

CONFERENCE HISTOIRE ET PHILOSOPHIE DES SCIENCES

dans le cadre du cours pour les étudiants
de Licence 2, Licence 3 du domaine Sciences et Master Mathématiques Enseignement
Université Gustave Eiffel
Bâtiment Copernic –Salle 2B 101

mercredi 24 mars 2021
De 16h00 à 18h00

Bernard MAUREY
IMJ Sorbonne Université

Cantor et l'hypothèse du continu

En 1874, Georg Cantor met en lumière la *non-dénombrabilité* de l'ensemble des nombres réels : aucune *suite* de nombres réels $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ne peut contenir *tous* les nombres réels. D'un autre côté, Cantor voit qu'il peut mettre en bijection \mathbf{R} et \mathbf{R}^2 , ou même \mathbf{R} et \mathbf{R}^d pour tout $d > 2$; il dégage ainsi la notion de *puissance du continu*, qui est la *cardinalité* commune aux espaces \mathbf{R}^d . Le « continu » est donc strictement « plus grand » que le dénombrable. Dès lors, une question assez naturelle se pose: y a-t-il des cardinalités intermédiaires, qui seraient strictement plus grandes que le dénombrable, mais strictement plus petites que le continu ? Cantor fait l'hypothèse qu'il n'en existe pas, c'est *l'hypothèse du continu*. Il en cherche longtemps la preuve, sans succès ; de fait, la question ne sera complètement résolue qu'en 1963 par Paul Cohen. Entre-temps, Ernst Zermelo aura contribué à *l'axiomatisation de la théorie des ensembles* au début des années 1900, et ouvert la voie aux nombreux progrès que cette théorie axiomatique a réalisés au long du 20^e siècle.

Bibliographie :

Georg Cantor, *Sur une propriété du système de tous les nombres algébriques réels*, Acta Mathematica **2**, 305–310 (1883, traduction en français d'un article de 1874).

Paul J. Cohen, *Set Theory and the Continuum Hypothesis*, Benjamin, 1966.

René Cori et Daniel Lascar, *Logique mathématique*, Dunod, 2003.

Akihiro Kanamori, *Set Theory from Cantor to Cohen*, dans : Philosophy of mathematics, Handb. Philos. Sci., 4, Elsevier/North-Holland, Amsterdam, 2009.

Jean-Louis Krivine, *Théorie des ensembles*, Cassini, 1998.

Ernst Zermelo, *Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre. I*. Math. Annalen **65**, 261–281 (1908).

Organisateur
Marco CANNONE

http://lama.u-pem.fr/evenements/seminaire/histoire_et_philosophie_des_mathematiques