Questions

May 17, 2007

Soient X un espace analytique complexe r'eduit purement de dimension d, Y un sous-espace analytique ferm de X de dimension t, x un point non-singulier de Y, et choisisons un plongement local en x dans un ouvert de $\mathbb{C}^n$, de faon que Y soit le sous-espace lineaire $\mathbb{C}^t \times \{0\}$.

$$\begin{tikzcd}
X \times \mathbb{P}^{n-1-t} \times \check{\mathbb{P}}^{n-1} \supset E_Y C(X) \arrow[r, "\hat{e}_Y"] \arrow[d, "\kappa'"] \arrow[dr, "\xi"] & C(X) \subset X \times \check{\mathbb{P}}^{n-1} \arrow[d, "\kappa"] \\
X \times \mathbb{P}^{n-1-t} \supset E_Y X \arrow[r, "e_Y"'] & Y \subset X \subset \mathbb{C}^n
\end{tikzcd}$$

1) Soit $\{D_\alpha\}$ la famille finie des espaces reduits sous-jacents aux composantes irreductibles de dimension n-2 du diviseur $\xi^{-1}(Y)$. Maintenant dans le theoreme 2.1.1 la condition ii) nous disent que si $y \in Y$ alors $dim\, \xi^{-1}(y) = n-2-t$ implique les conditions de Whitney. Mais, si on fait la restriction de ξ a la partie lisse du diviseur en tant que morphisms entre varietes lisses on a generiquement une fibre de cette dimension n'est-ce pas? Cela veut dire que generiquement les conditions de Whitney sont satisfaites entre un pair quelconque des strates??? Et apres la condition iii) c'est pour assurer que en un point specifique $y \in Y$ on aille la dimension correcte, c'est ca ?

2) Vous m'aviez dit que pour le lemme suivant le theoreme 2.1.1 il y a un facon plus simple de le demontrer, mais j'arrive pas a bien comprendre comment le faire? Pourriez vous me parler un peu de ca?

3) Dans la preuve de ce meme theoreme, pour l'implication $i) \Rightarrow iii)$ on cherche a utiliser le lemme. On se rend compte que le diviseur $\xi^{-1}(Y)$ est le projectivise du cone normal $C_{C(X),\kappa^{-1}(Y)}$, et comme pour hypothese on a deja les conditions de Whitney alors on sait que la fermeture integral des ideaux qui definissent $\kappa^{-1}(Y)$ et $C(X) \cap C(Y)$ en $C(X)$. coincide. Mais comment on utilise ca pour construire un morfisme fini entre les cones normaux? J'ai pas trouve un response a ca dans les references donnes

dans l'article.

D'ailleurs, comme on a la condition a) de Whitney, ensemblistement on a une egalite $\kappa^{-1}(Y) = C(X) \cap C(Y)$. Est-ce que ca n'implique pas une egalite ensembliste aussi entre les correspondants cones normaux,??? Et pourquoi dans la preuve du lemme vous ne vous souciez pas sur la dimension de L_1 qu'on doit avoir pour etre lagrangienne?

4) Finalement, si $f : \mathfrak{X} \to \mathbb{C}$ est la deformation de X sur le cone normal $C_{X,Y}$. Et $\kappa_f : C_f(\mathfrak{X}) \to \mathfrak{X}$ est son espace conormal relatif. Comment identifier la fibre $q^{-1}(0)$ ou $q = f \circ \kappa_f$ avec le cone normal de $C(Y) \cap C(X)$ dans $C(X)$?

   J'ai deja reussi a verifier que la fibre $q^{-1}(t)$ est isomorphe a $C(X)$, et meme il me semble que j'ai un isomorphisme entre $C_f(\mathfrak{X}) \setminus q^{-1}(0)$ et $C(X) \times \mathbb{C}^*$, et pourtant j'arrive pas a voir comment obtenir de la l'espace souhaitait. Je veux dire, comment puis-je etre sur que ce que je obtiens c'est pas le cone normal de $\kappa^{-1}(Y)$ dans $C(X)$??