

Le sens de la formule Hommage à Gilles Châtelet

BERNARD TEISSIER

Une philosophie offensive ne saurait se contenter de ratiociner indéfiniment sur le « statut » des objets scientifiques. Elle doit se situer résolument aux avant-postes de l'obscur, en ne considérant pas l'irrationnel comme « diabolique » et réfractaire à l'articulation, mais comme ce par quoi des dimensions neuves peuvent advenir.

Gilles Châtelet, *Les enjeux du mobile*

Gilles Châtelet (1945-1999) est un mathématicien, physicien et philosophe dont j'apprécie beaucoup la conception de la philosophie des sciences, et la passion avec laquelle il l'a développée, en particulier dans [C].

René Thom (1923-2002) est un extraordinaire mathématicien et philosophe qui a utilisé des mathématiques pour construire des modèles qualitatifs des changements d'état de systèmes en fonction de changements des paramètres dont dépendent ces systèmes. Ces modèles sont universels en ce sens qu'ils ne dépendent pas de systèmes particuliers, mais en organisent l'évolution. Une partie de ses idées est devenue célèbre sous le nom de *Théorie des Catastrophes*. Son ouvrage fondamental sur le sujet est [Th1].

Résumé. Une réflexion sur les rapports entre la rationalité et la signification des outils qu'elle utilise, centrée sur les approches de Gilles Châtelet et René Thom.

§ 1. — Introduction.

Enfin ! plus de deux siècles après Kant, notre culture commence à s'interroger sérieusement sur la domination de ce qu'il est convenu d'appeler la *rationalité* et sur ses limites. Un symptôme de la pertinence de cette interrogation est la résurgence d'écoles de pensée antiscientifiques, parfois d'origine religieuse. Il me semble qu'une partie de la désaffection de notre société pour les sciences provient d'un malentendu sur la nature de la pensée rationnelle, perçue comme ayant une assez forte composante inhumaine. Gilles Châtelet est, avec René Thom, un de ceux qui ont eu le courage, dans l'époque moderne, de souligner à quel point les sciences les plus rationnelles, et en particulier la physique et la mathématique, sont aussi des sciences humaines, c'est à dire dépendantes de la nature humaine.

En ce qui concerne Thom, à vrai dire, il s'agissait plutôt de créer un langage rationnel, d'origine mathématique, suffisamment souple et riche pour pouvoir parler de phénomènes, comme la création du langage ou les étapes de l'embryogénèse, semblant devoir échapper à la pensée rationnelle classique. Et cela l'avait conduit à une vision de la signification des formes et de leur dynamique si novatrice qu'elle est encore bien mal comprise sauf par quelques experts. Gilles Châtelet, en apparence dans la direction opposée, recherchait avec acharnement les points de bifurcation de la pensée, ces lieux mystérieux et embrumés où naissent les idées neuves, les grandes interrogations. Et il les cherchait dans notre humanité, dans nos gestes plutôt que dans le formalisme, tout en reconnaissant la valeur heuristique de ce dernier.

Tous deux, cherchant en apparence des choses différentes, étaient en fait deux des grands penseurs d'une rationalité *adulte*, si l'on accepte que la rationalité doit être entendue comme un *dialogue suivant les règles de la pensée rationnelle* entre l'homme et son environnement. Il y a d'autres modes de dialogue, par exemple l'art ou la poésie.

De ce point de vue, le réductionnisme est la maladie infantile de la rationalité consistant à affirmer que le dialogue doit se terminer un jour et que l'homme aura le dernier mot. Cela est contraire à toute vraisemblance même si l'homme a, dans des domaines où sa perception du monde est à la bonne échelle et même dans certains domaines où elle ne l'est pas, dit un grand nombre de choses qu'il trouve fort intéressantes et que la nature ne contredit pas.

Ce désir d'avoir le dernier mot diminue bien sûr beaucoup la qualité du dialogue, et il a une autre conséquence : il incite l'homme à se placer dans le rôle de Dieu ⁽¹⁾, et ainsi à nier son humanité pour être bien certain d'avoir toujours raison (ce que l'on appelle aussi la recherche de l'objectivité, au nom de laquelle certains tirent sur tout ce qui semble relever de l'introspection, ou de la psychologie). Maladie infantile, vous dis-je !

Thom dans [Th2] et Châtelet dans [C] avaient bien compris que le vrai problème de la rationalité moderne, qui a des outils de fondement de la vérité, est le problème des fondements de la signification. C'est cette dernière qui fait la qualité du dialogue et incite à le poursuivre. Alors en effet, à quoi sert de ratiociner sur le statut (le taux d'objectivité ?) des objets scientifiques ? l'important est qu'ils soient utiles au dialogue, ce qui implique d'une part que l'on peut s'en servir pour des constructions intellectuelles fiables (vérifiables) et d'autre part qu'ils ont pour nous une signification. Les objets doivent être compatibles avec ces deux exigences.

En fait, cette compatibilité est plutôt analogue à celle qui existe entre la vie administrative d'un citoyen et sa vie réelle. Dans le cas qui nous occupe le citoyen, *alias* l'objet mathématique ou physique, disons, *mène une double vie* dans notre imaginaire scientifique : une vie comme objet défini axiomatiquement, et une autre vie bien plus excitante comme objet chargé de signification. C'est surtout dans cette vie réelle qu'il sert au dialogue avec le monde.

Et Gilles Châtelet traquait sans répit les moments où une extension au monde des idées de notre expérience de l'espace et du mouvement, bref du geste, par exemple par un « stratagème allusif » ou une concentration d'ambiguïté, provoque la création simultanée, souvent par un processus en partie inconscient, d'un objet mathématique ou physique et de sa signification. Il savait bien que les objets et concepts que nous créons sont d'abord là pour porter une signification, réaliser dans le domaine mathématique ou physique un « geste » ou pour résoudre une ambiguïté et, seulement très loin derrière, pour avoir un « statut » leur permettant d'être porteurs de vérité.

Une fois que l'on a vu les choses de cette manière, on relit avec fascination l'histoire des idées scientifiques et, comme Châtelet, on accompagne Oresme dans sa tentative de définir la vitesse rigoureusement dans un cadre où la division de grandeurs de natures

(1) Comme écrit René Char : Il semble bien que ce soit toujours Dieu qui ait le dernier mot, mais il le dit à voix si basse que nul ne l'entend jamais.

différentes n'existe pas, et Grassmann dans sa capture de l'espace dans les filets de l'algèbre qu'il crée à cet effet. Cette algèbre a d'ailleurs parmi ses bases intuitives le fait qu'un rectangle *doit* être un produit alors qu'Oresme est contraint par l'idée qu'un produit *doit* être une aire. Les deux renvoient à la vision grecque selon laquelle on « voit » un produit de deux longueurs comme l'aire du rectangle qui les a pour côtés. Mais chez Grassmann le produit des vecteurs *engendre* l'espace; l'idée des Grecs a été transfigurée. On redécouvre vraiment la rationalité comme un dialogue au cours duquel les concepts et les objets se créent par l'effet de pulsions humaines très fortement liées à notre perception du monde. Poser la question de l'objectivité de ces concepts et objets est tout simplement sans intérêt en comparaison de ce qui les anime. C'est l'attitude infantile évoquée plus haut.

Le fait de concevoir l'espace comme un produit est une des idées les plus fortes de la géométrie, qui anime aussi bien la vision cartésienne que la définition locale de Riemann et, sous sa forme infinitésimale, la définition des formes différentielles, qui contient en plus l'orientation de l'espace nécessaire à la théorie de l'intégration. Et nulle part je n'ai trouvé exprimée avec autant de force que chez Châtelet l'idée que c'est vraiment dans ce type de conception que résident les vrais moteurs de la construction scientifique.

§ 2. — Où sont les fondements ?

Le seul reproche que l'on puisse faire à mon avis à la présentation de Châtelet est qu'il ne précise pas l'origine des opérations mentales ou gestes qu'il évoque si bien pour expliquer la "vraie" signification des constructions de la physique. Il replace bien l'origine dans notre "être au monde", mais s'arrête là.

J'ai proposé ailleurs ([T1], [T2]) l'idée qu'il est utile de chercher la source de la signification dans la structure complexe de notre système perceptif, dans les liens entre nos différentes perceptions, en particulier visuelles, motrices, vestibulaires, qui font qu'elles s'intègrent en une perception unique du monde qui nous entoure. Il faut ajouter à cette structure des jugements inconscients et des pulsions comme celles de déterminer des causes ou origines, de faire des analogies, de compléter ce qui est incomplet.

Certains objets proto-mathématiques sont très probablement accessibles aux primates, et j'aime dire qu'un mathématicien ou

une mathématicienne comprend une démonstration quand il a réussi à expliquer la situation au primate qui est en lui. Pour moi le « primate » représente la sédimentation *inconsciente* dans la structure de notre pensée des expériences du monde de nos ancêtres. Par exemple la mécanique rationnelle associe à tout système dynamique (par exemple une collection de toupies tournant les unes sur les autres ou bien un ensemble soleil/planètes), un espace dans lequel l'évolution temporelle du système est représentée par une courbe, une trajectoire, et cela a une signification forte pour notre primate, qui a lancé des pierres depuis des centaines de milliers d'années. Au cours de son apprentissage, et en fait tout au long de sa vie, le mathématicien ou la mathématicienne apprend à donner, à partir de tels exemples, du sens à des objets de plus en plus élaborés. Et comprendre la démonstration signifie littéralement qu'elle a du sens pour celui qui la regarde. C'est bien différent de la vérification logique et bien plus compliqué à expliquer !

§ 3. — Postface : le mathématicien doit avoir le sens de la formule.

Gilles Châtelet incarnait, avec René Thom, le slogan que j'aime répéter :

« Le mathématicien doit avoir le sens de la formule ».

Cette phrase, qui se veut d'une ambigüité créatrice au sens de William Empson dans [E], suggère que le mathématicien ou la mathématicienne doit non seulement savoir concentrer beaucoup d'information en peu de concepts et de signes ou formules, mais aussi connaître l'origine de la signification de chaque concept et de chaque terme d'une formule. Celui ou celle qui réfléchit sur sa discipline doit d'abord essayer de déterminer en tant que mathématicien ou mathématicienne la signification de chaque concept ou formule, avant d'essayer d'en faire l'objet d'un discours philosophique.

Les formules portent sur des grandeurs qui condensent une très grande quantité d'information mathématique ou physique comme le volume, la courbure, le nombre et la nature des solutions d'une équation, ou encore l'énergie, la masse, la température et beaucoup d'autres concepts.

Un bon exemple (qui reste à traiter du point de vue proposé ici) est le théorème de Hopf (voir l'excellent livre [M])

$$\chi(X) = \sum_{x_i \in \text{Zer}(v)} \text{Ind}_{x_i}(v),$$

qui affirme, pour une variété différentielle compacte sans bord X l'égalité de sa caractéristique d'Euler-Poincaré et de la somme des indices en ses points singuliers (les points où il s'annule) d'un champs v de vecteurs tangents à la variété qui est différentiable et assez général.

Le terme de gauche est topologique, celui de droite est différentiel. Le résultat implique en particulier qu'il n'existe pas de champ de vecteurs sans zéro sur les sphères de dimension paire. C'est donc un résultat assez élaboré, qui par ailleurs a eu une descendance mathématique prodigieuse.

Mais comment déterminer cette signification ? c'est à cette question que Châtelet apporte des éléments de réponse très originaux et précieux dont j'ai essayé de donner une idée plus haut : un concept peut être l'abstraction d'un « geste », c'est à dire d'une expérience atavique de notre primate comme le lancer d'une pierre, ou résoudre une contradiction apparente. Dans tous les cas, il a une genèse. Qu'elle me semble loin l'époque (les années 1930) où Bourbaki pouvait écrire « Le traité prend les Mathématiques à leur début... » en rédigeant le Chapitre 1 du premier Livre des « Éléments de Mathématique », qui traite de la théorie des Ensembles, alors à peine quadragénaire.

Les Mathématiques n'ont pas plus de début que l'espèce humaine ; elles ont une histoire, et une dynamique qui sont étudiées par des spécialistes. Mais si de plus, comme Châtelet, on s'intéresse à leur « métaphysique », à ce qu'elles manifestent de notre être au monde, bref à ce dont doit s'occuper une vraie philosophie des Mathématiques, alors il faut non seulement revisiter l'histoire, mais aussi percevoir qu'il décrit les côtes d'un continent dont presque tout reste à découvrir.

§ — Bibliographie.

- [C] **CHÂTELET, G.** *Les enjeux du mobile, Mathématique, Physique, Philosophie*, Coll. Des Travaux, Le Seuil, 1993.
- [E] **EMPSON, W.** *Seven types of ambiguity*, Chatto and Windus, London, 1947.

- [M] **MILNOR, J** *Topology from the differentiable viewpoint*, Princeton Landmarks in Mathematics. Princeton, NJ : Princeton University Press, (1997) [1965].
- [T1] **TEISSIER, B.** *Protomathematics, perception and the meaning of mathematical objects*, in « Images and Reasoning », edited by P. Grialou, G. Longo, M. Okada, CIRM, Keio University, Tokyo 2005.
- [T2] **TEISSIER, B.** *Géométrie et Cognition : l'exemple du continu*, actes de l'École thématique CNRS-LIGC « Logique et interaction ; vers une géométrie du cognitif », Cerisy Septembre 2006, dirigée par J.-B. Joinet et S. Tronçon, Hermann, *Visions des sciences*, Paris 2009. Disponible par : <https://webusers.imj-prg.fr/~bernard.teissier/documents/Cerisy06final5.pdf>
- [Th1] **THOM, R.** *Stabilité structurelle et morphogénèse*, InterÉditions, Paris, 1977.
- [Th2] **THOM, R.** *Esquisse d'une Sémiophysique*, InterEditions, Paris, 1988.