SUR LE MODÈLE DE CHEMINS DE LITTELMANN ET LES MODULES DE LACETS

JACOB GREENSTEIN

Soit $\mathfrak{g}$ une algèbre de Kac-Moody. Pour tout poids dominant λ il existe l'unique, à isomorphisme près, $\mathfrak{g}$-module intégrable simple $V(\lambda)$ de plus haut poids dont le caractère est donné par la formule de Kac-Weyl. Le module $V(\lambda)$ admet une base cristalline, qui à son tour admet une réalisation combinatoire dans le cadre de modèle de chemins de Littelmann. A savoir, le sous-cristal $B(\lambda)$ du cristal de chemins de Littelmann $\mathbb{P}$ engendré par le chemin linéaire $t \mapsto \lambda t$, $t \in [0,1]$ est isomorphe au graphe cristallin de $V(\lambda)$ et, en particulier, son caractère est donné par la formule de Kac-Weyl.

Maintenant, supposons que $\mathfrak{g}$ soit de type affine. Dans ce cas, il existe des modules intégrables simples dont tous les sous-espaces de poids sont de dimension finie et qui ne sont ni de plus haut ni de plus bas poids. Un tel modules sont de niveau zéro et on peut le construire comme un composant simple de l'espace de lacets $L(V) = V \otimes \mathbb{C}[z^{\pm 1}]$ d'un module simple V de dimension finie sur l'algèbre de Lie dérivée de $\mathfrak{g}$. En général, les modules de ce type ne sont pas dterminés par leurs caractères. Cette contruction admet aussi une version quantique.

Dans cet exposé nous décrivons des exemples de modules de lacets admettant un modèle combinatoire pareil à celui de Littelmann pour les modules de plus haut poids. A savoir, il existe un sous-cristal de $\mathbb{P}$ engendré par un chemin linéaire $t \mapsto \lambda t$ pour un certain poids λ de niveau zéro dont le caractère est égal à celui de notre module. Le calcul de caractère implique les polynômes de Kostka évalués aux racines de l'unité. De plus, le sous-cristal de $\mathbb{P}$ qu'on obtient ainsi fournit un modèle combinatoire pour une base pseudo-cristalline de l'analogue quantique de notre module.