Bernard LECLERC (Grenoble)

Titre : Base canonique duale de $U_q(\mathbf{n})$

Soit $\mathbf{g}$ une algèbre de Lie simple complexe, et soit $\mathbf{n}$ une sous-algèbre nilpotente maximale.

En 1985, Gelfand et Zelevinsky ont introduit la notion de *bonne base* d'une représentation irréductible $V(\lambda)$ de $\mathbf{g}$, et ont montré son existence pour $\mathbf{g}$ de type A_r. En 1990 Mathieu a prouvé l'existence de bonnes bases en général, mais il manquait une construction explicite. Les *bases canoniques* de Lusztig et les *bases globales* de Kashiwara fournissent des solutions à cette question.

On expliquera dans ces exposés la construction algébrique de Lusztig de la base canonique $\mathbf{B}$ de l'algèbre quantique $U_q(\mathbf{n})$. La base canonique duale $\mathbf{B}^*$ donne une bonne base dans chaque représentation $V(\lambda)$.

Lorsque $\mathbf{g}$ est de type A, les éléments de degré m de $\mathbf{B}^*$ peuvent s'interpréter comme les caractères irréductibles d'une certaine catégorie de représentations de l'algèbre de Hecke affine H_m de type GL_m. Le produit de $U_q(n)$ correspond à l'induction $H_m \times H_n \longrightarrow H_{m+n}$.

Ceci est l'une des motivations pour l'étude des propriétés multiplicatives de $\mathbf{B}^*$, commencée dès 1993 par Berenstein et Zelevinsky. On fera le point sur les résultats récents dans ce domaine et sur les nouveaux problèmes qu'ils suscitent.