Variétés sphériques et leurs limites stables

Michel Brion

Les variétés sphériques forment une classe de variétés algébriques munies de l'action d'un groupe algébrique réductif, qui contient les variétés de drapeaux, les variétés toriques, et les compactifications des espaces symétriques. La classification de ces variétés est un problème ouvert en général. Dans l'exposé, on en présentera une approche géométrique en construisant un espace de modules pour les variétés sphériques et leurs "limites stables".

Jordan algebras and Scorza varieties

Pierre-Emmanuel Chaput

Scorza varieties are geometric objects defined in terms of projective geometry. F. L. Zak proved a classification of all Scorza varieties, revealing a very strong link between Scorza varieties and Jordan algebras. The aim of this talk is to understand better this link.

The objects this talk deals with (Scorza varieties and Jordan algebras) are the ones which appear on the second row of Freudenthal's magic square, as will be defined by Laurent Manivel.

Subspaces, nested sets and polytopes

Corrado de Concini

Given a finite arrangement of subspaces in a projective space, one can effectively construct a compactification of the complement X of the union of these subspaces whose boundary can be described in terms of the combinatorics of the arrangement.

We shall describe this construction (obtained a few years ago with Procesi) and how one can use it to obtain informations about the topology of X. In the case of hyperplane arrangements, explicit cycles giving a basis of the homology of X will be described and applications the theory of polytopes will be explained.

Relating rank varieties and support varieties for modules of self-injective algebras (joint work with Miles Holloway)

Karin Erdmann

We provide an alternative, more representation theoretic, proof of the Avrunin Scott theorem that links the support variety to the rank variety associated with a module over an elementary abelian group algebra. We then use these ideas to prove the analogue of this Avrunin Scott theorem for a certain class of local algebras. For these algebras the support variety is the Hochschild support variety (a la Snashall and Solberg) and the rank variety was constructed earlier by us.

Sur la cohomologie équivariante des variétés de Bott-Samelson

Stéphane Gaussent

Mon exposé traitera, en grande partie, d'un résultat de Martin Härterich qui présente la cohomologie équivariante des variétés de Bott-Samelson comme les sections globales d'un faisceau pur (au sens de Braden-MacPherson) sur le graphe de Bruhat d'un groupe de Weyl.

Representations of Lie algebras in prime characteristic

Jens-Carsten Jantzen

In this series of lectures I shall discuss the representation theory of Lie algebras of reductive algebraic groups over algebraically closed fields of prime characteristic. To each irreducible representation of such a Lie algebra one associates a linear form on the Lie algebra, the p–character of the representation. I shall concentrate on the case where this p–character is nilpotent and look at the connection with the geometry of a corresponding Springer fibre.

Algèbres normées, algèbres de Lie et géométries exceptionnelles

Laurent Manivel

Les octaves de Cayley sont à la source de quantité de phénomènes algébriques et géométriques remarquables. J'expliquerai comment ils permettent de construire les algèbres de Lie simples exceptionnelles, et quel regard ils rendent possible sur des propriétés de ces algèbres qui n'ont été reconnues que suite à des travaux de théorie des noeuds. Je donnerai également des versions géométriques de ces constructions, qui produisent des variétés projectives complexes particulièrement intéressantes.

Algèbres normées, algèbres de Lie et géométries exceptionnelles

Laurent Manivel

Les octaves de Cayley sont à la source de quantité de phénomènes algébriques et géométriques remarquables. J'expliquerai comment ils permettent de construire les algèbres de Lie simples exceptionnelles, et quel regard ils rendent possible sur des propriétés de ces algèbres qui n'ont été reconnues que suite à des travaux de théorie des noeuds. Je donnerai également des versions géométriques de ces constructions, qui produisent des variétés projectives complexes particulièrement intéressantes.

Courbes sur les variétés de Schubert minuscules

Nicolas Perrin

Je décrirai les composantes irréductibles du schéma des morphismes d'une courbe rationnelle (resp. elliptique) vers une variété de Schubert minuscule (resp. vers une variété homogène minuscule). J'utiliserai pour cela la description de la résolution de Bott-Samelson en termes de variétés de configurations et un peu de combinatoire des carquois.

Enveloping algebras of Slodowy slices through the minimal nilpotent orbit

Alexander Premet

Let G be a simple algebraic group over an algebraically closed field of characteristic $p \geq 0$ and $\mathfrak{g} = \operatorname{Lie} G$. In finite characteristic we assume that $p > 3$ and $\mathfrak{g}$ admits a G-invariant nondegenerate trace form Ψ. Let (e, h, f) be an $\mathfrak{sl}_2$-triple in $\mathfrak{g}$ with e and f being long root vectors, and let $\chi \in \mathfrak{g}^*$ be such that $\chi(x) = \Psi(e, x)$ for all $x \in \mathfrak{g}$. Let $\mathcal{S}$ be the Slodowy slice through $\Omega = (\mathrm{A}d\, G) \cdot e$ and let $H = H_\chi$ be the universal enveloping algebra of $\mathcal{S}$.

In my talk an explicit presentation of H will be given. In characteristic 0, a close relationship between H and the localisation of $U(\mathfrak{g})$ at f will be established, and a homeomorphism between $\operatorname{Prim} H$ and the spectrum of all primitive ideals of infinite codimension in $U(\mathfrak{g})$ will be presented. This homeomorphism respects Goldie rank and Gelfand-Kirillov dimension. Some general properties of the enveloping algebras of Slodowy slices will be discussed, if time permits, and the associated varieties of related primitive ideals of $U(\mathfrak{g})$ will be determined. An explicit Whittaker model for the Joseph ideal of $U(\mathfrak{g})$ will be presented and dimension formulae for finite dimensional H-modules will be given in some cases.

We shall also mention a finite dimensional modular analogue $H^{[p]}$ of H. As it turned out, if G is not of type A then the reduced enveloping algebra $U_\chi(\mathfrak{g})$ has a unique simple module of dimension $p^{(\dim \Omega)/2}$. For $\mathfrak{g} = \mathfrak{sp}_{2n}$ this module is just a restricted version of the Weil representation, but for simple Lie algebras of other types the modules are new (except in types A_n and D_4). Highest weights of these 'minimal' modules are found in all cases.

Noncommutative Hilbert schemes

Markus Reineke

The Hilbert schemes of a (noncommutative) algebra are varieties parametrizing left ideals of finite codimension. First the construction of these varieties is given. Then we concentrate on the structure of Hilbert schemes of free algebras and construct cell decompositions. Finally, the cohomology of Hilbert schemes of path algebras of quivers (and maybe more general algebras, like quasi-free ones) is discussed.

Variétés de Schubert généralisées ?

Nicolas Ressayre

Soit G un groupe réductif complexe et $\mathcal{B}$ la variété des Borels de G. Un sous-groupe parabolique P de G n'a qu'un nombre fini d'orbites dans $\mathcal{B}$, dont les adhérences sont appelées (en trichant un peu) variétés de Schubert. Plus généralement, si H est un sous-groupe sphérique quelconque de G, alors H n'a qu'un nombre fini d'orbites dans $\mathcal{B}$. La question est de savoir si les propriétés des adhérences de ces orbites sont semblables à celles des variétés de Schubert.

Singularities of orbit closures in module varieties

Grzegorz Zwara

Let A be a finitely generated associative algebra over an algebraically closed field k. Let d be a positive integer. The A-module structures on k^d form an affine variety $\mathrm{mod}(A, d)$ equipped with a natural action of general linear group $GL(d)$. We shall discuss problems and results concerning the types of singularities occurring in orbit closures in $\mathrm{mod}(A, d)$. Similar problems will be formulated for finite dimensional representations of quivers.