

Bernhard Keller
e-mail: keller@math.jussieu.fr
tél.: 01 44 27 54 60
fax: 01 44 27 78 18

Introduction aux groupes et algèbres de Lie
Cours de DEA au premier semestre 2000/2001

cours fondamental, niveau 1, premier semestre

Horaires : Lu 9h à 11h en 1C1, Ma 13h à 15h en 0D7, Lu 15h à 17h en 1C1 (TD)

Programme

1. **Groupes de Lie et algèbres de Lie.** Rappels sur les variétés, groupe de Lie, groupes de Lie linéaires, champs de vecteurs, algèbre de Lie associée à un groupe, exponentielle, théorème de von Neumann sur les sous-groupes fermés, représentation adjointe, différentielle de l'exponentielle et formule de Campbell-Hausdorff, bijection entre sous-groupes connexes et sous-algèbres, revêtement universel d'un groupe de Lie, correspondance entre algèbres de Lie et groupes de Lie simplement connexes.
2. **Algèbres de Lie semi-simples complexes.** Idéaux, homomorphismes, représentations, algèbres résolubles, algèbres nilpotentes, forme de Killing, algèbres semi-simples, décomposition en idéaux simples, semi-simplicité des représentations, représentations de sl_2 , sous-algèbres de Cartan, système de racines, groupe de Weyl, classification des systèmes de racines, algèbres enveloppantes, algèbres de Lie libres, théorème d'existence et d'unicité pour une algèbre de Lie au système de racines donné.

Connaissances requises : Connaissances générales de la maîtrise.

Bibliographie

- [1] J. Dixmier, *Algèbres Enveloppantes*, Gauthier-Villars 1974 (25 DIX 74).
- [2] R. Godement, *Introduction à la théorie des groupes de Lie*, Volumes I et II, Publications Mathématiques de l'Université Paris VII, 1982 (25 GOD 82).
- [3] R. Mneimné, F. Testard, *Introduction à la théorie des groupes de Lie classiques*, Hermann 1986 (25 MNE 86).
- [4] R. Mneimné, *Eléments de géométrie : Actions de groupes*, Cassini, 1997 (60 MNE 97).
- [5] M. Postnikov, *Leçons de géométrie : Groupes et algèbres de Lie*, Mir, Moscou, 1984 (25 POS 85).
- [6] J. P. Serre, *Algèbres de Lie semi-simples complexes*, Benjamin, 1966 (25 SER 66). Traduit dans *Complex semisimple Lie algebras*, Springer, 1987 (25 SER 87).
- [7] V. S. Varadarajan, *Lie groups, Lie algebras and their representations*, Prentice Hall, 1974 (25 VAR 74).

“Menu” : Travaux dirigés proposés par R. Mneimné