Sorbonne Université — Polytech'Paris

EISE — Septembre 2021

CONTRÔLE CONTINUE NO. 1. v.2

Toutes les affirmations et tous les calculs doivent être justifiés soigneusement.

1. Sont les familles suivantes libres ?

(a) La famille de vecteurs (u_1, u_2, u_3) de $\mathbb{R}^3$, où :

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

(b) La famille de vecteurs (v_1, v_2, v_3) de $\mathbb{R}^3$, où :

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

(c) La famille de vecteurs (f_1, f_2, f_3) de $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ (fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, où :

$$f_1(x) = 1 + x^2, \quad f_2(x) = x^2 \quad \text{et} \quad f_3(x) = 2^x, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

2.

(a) Est

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2;\ 2x + y = 1 \right\}$$

un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$?

(b) Est

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2;\ 2x + 7y = 0 \right\}$$

un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$?

(c) Donner une base du sous-espace $V \subset \mathbb{R}[x]$ donné par

$$V = \left\{ a \cdot x^2 + b \cdot (x^3 - 2 \cdot x^6) \in \mathbb{R}[x];\ a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

Quelle est la dimension de V ?