

# Topologie algébrique

Cours sino-français Hefei, automne 2023

Devoir n°2 pour le 25 septembre

## I

A quelle surface standard sont homéomorphes les quotients du disque obtenus par les identifications du bord encodés par les mots suivants ?

1.  $abcdeabcde$  ?
2.  $abcde\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}$  ?

## II

Démontrer que la droite projective complexe

$$\mathbb{C}P^1 = \mathbb{C}^2 \setminus \{(0, 0)\} / \sim ,$$

où  $\sim$  est la relation de colinéarité:  $(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbb{C}^* (x', y') = \lambda(x, y)$ , est une surface homéomorphe à la sphère  $S^2$ .

## III

Soit  $X$  le quotient du tore  $S^1 \times S^1$  par la relation qui identifie  $(x, y)$  et  $(y, x)$ . Montrer que  $X$  est une surface à bord et identifier cette surface.