Chapitre 4

Suite spectrale de Lee-Rasmussen et genre de dimension 4

Ce chapitre s'appuie sur l'article :

Jacob Rasmussen, *Khovanov homology and the slice genus*, http ://front.math.ucdavis.edu/math.GT/0402131 .

4.1 Complexe filtré et suite spectrale

Définition 4.1.1. a) Une suite spectrale (cohomologique) est une suite $(E_r^{p,q}, d^r)$ (indexée par l'entier r) de complexes bigradués, avec des isomorphismes $H(E_r, d^r)^{p,q} \approx E_{r+1}^{p,q}$; l'appplication bord d_r est homogène de bidegré $(r, 1-r)$

Lorsque la suite $E_r^{p,q}$ stabilise on note $E_\infty^{p,q}$ la limite : $E_r^{p,q} \approx E_{r+1}^{p,q} \approx E_\infty^{p,q}$ pour r assez grand.

Définition 4.1.2. On dit que la suite spectrale $(E_r^{p,q}, d^r)$ converge vers K^* s'il existe une filtration décroissante F^pK^* telle que pour chaque couple (p, q) on a :

$$E_\infty^{p,q} \approx F^pK^{p+q}/F^{p+1}K^{p+q} \ .$$

Définition 4.1.3. Un complexe $C = (C^*, \delta^*)$ est un complexe filtré, s'il est muni d'une filtration décroissante F^pC^* telle que le (co)bord δ est filtré : $\delta F^pC^i \subset F^pC^{i+1}$.

Définition 4.1.4. La filtration F^pC^* est bornée si et seulement si pour chaque j, il existe $s = s(j) < t = t(j)$ tels que :

$$F^sC^j = C^j \ , \ F^tC^j = \{0\} \ .$$

Théorème 4.1.5. *A chaque complexe filtré est associé une suite spectrale telle que :*

$$E_0^{p,q} = F^p C^{p+q} / F^{p+1} C^{p+q} \ .$$

Si la filtration est bornée, alors la suite spectrale converge vers $H(C^*, \delta)$.

Référence : A User's Guide to Spectral Sequences, John McCleary.

4.2 Complexe de Lee-Rasmussen

4.3 Invariant de Rasmussen

4.4 Homologie de Khovanov et cobordismes