

Master 1, 2011-2012  
Algèbre, Paris Diderot - Algèbre II, ENS Cachan  
Cours: Christian Blanchet  
TD: Yohan Brunebarbe - Francesco Lemma

Le cours comporte deux parties. La première partie (1-5) est consacrée à la théorie de Galois et ses applications. On intègre les compléments utiles sur les anneaux, anneaux de polynômes et groupes. La seconde partie (6-9) aborde la théorie des modules: notions de bases, résultats de structure des modules de type fini sur les anneaux principaux avec les applications correspondantes, calcul des idéaux dans les anneaux de polynômes. On traite les représentations des groupes finis et des algèbres comme exemples de modules.

1. Anneaux commutatifs, anneaux de polynômes: rappels et compléments.
2. Extensions de corps: généralités; algébricité; corps de décomposition, clôture algébrique; corps finis, corps cyclotomiques.
3. Groupes: action de groupe, théorèmes de Sylow, groupes résolubles.
4. Théorie de Galois: groupe de Galois; extensions normales, extensions séparables, correspondance de Galois.
5. Applications de la théorie de Galois: résolubilité par radicaux, constructibilité.
6. Introduction à la théorie des modules: généralités, exemples, éléments de torsion, modules libres, produit tensoriel.
7. Modules sur les anneaux principaux: théorèmes de structure; groupes abéliens de type fini, réseaux; réduction des endomorphismes des espaces vectoriels de dimension finie.
8. Modules et anneaux noethériens; cas des polynômes; bases de Gröbner.
9. Représentations linéaires d'un groupe et d'une algèbre. Irréductibilité. En dimension finie : exemples de décomposition d'une représentation linéaire en somme directe de sous-représentations, lemme de Schur. Cas des groupes finis: théorie des caractères.