

**UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT**  
**Année 2014-2015, Master 2**  
**Homologie de Heegaard-Floer.**

**Examen du 15/04/2015 (durée : 3 heures)**

I

On considère le diagramme en grille  $G$  suivant :

x	o	
	x	o
o		x

1. Donner la liste des générateurs du complexe  $\widetilde{CF}(G)$ .
2. Déterminer le degré d'Alexander non normalisé de chacun des générateurs.
3. Déterminer le degré de Maslov des générateurs.
4. Calculer la caractéristique d'Euler graduée du complexe  $\widetilde{CF}(G)$ . Est-ce conforme au résultat attendu ?
5. Calculer l'homologie  $\widetilde{HF}(G)$ .

II

On note  $SP^2(S^1 \times S^1)$  la seconde puissance symétrique du tore. On utilise le point de base  $v_0 = (1, 1) \in S^1 \times S^1$ . On rappelle que  $\overline{SP}^2(S^1 \times S^1)$  est le quotient qui identifie  $x * y$  avec  $v_0 * xy$  pour  $x, y$  dans  $S^1 \times 1$  ou  $1 \times S^1$ .

1. Donner avec précision une décomposition cellulaire de  $\overline{SP}^2(S^1 \times S^1)$ .
2. Décrire l'homologie de  $SP^2(S^1 \times S^1)$ .

III

On considère le diagramme de Heegaard  $D$  de genre 2 représenté sur la feuille jointe, avec les courbes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  correspondant aux identifications notées  $A$  et  $B$ , la courbe  $\beta_1$  représentées par les arcs solides, et la courbe  $\beta_2$  représentée par les arcs pointillés.

1. Calculer l'homologie de la variété  $Y$  associée à ce diagramme.
2. Décrire les générateurs du complexe de Heegaard-Floer  $\widetilde{CF}(D)$ .
3. Placer le point de base dans un domaine élémentaire à 6 faces, puis décrire le degré de Maslov relatif.
4. Déterminer les disques de Whitney d'indice de Maslov égal à 1.



