Conjecture de MAZUR pour les corps totalement réels.

C. CORNUT (CNRS-FR) & V. VATSAL (UBC-CA)

Soit F un corps de nombre totalement réel, π une représentation automorphe cuspidale de GL_2/F, ω son caractere central, K une extension quadratique imaginaire de F, χ un caractere de HECKE de K, et $L(\pi, \chi, s)$ la fonction de RANKIN attachée à π et χ. Lorsque $\chi \cdot \omega = 1$ sur les idèles de F, cette fonction L vérifie une équation de la forme

$$L(\pi, \chi, s) = \epsilon(\pi, \chi, s) L(\pi, \chi, 1 - s).$$

La *parité* de l'*ordre* en 1/2 de $L(\pi, \chi, s)$ est alors determinée par le *signe*

$$\epsilon(\pi, \chi) = \epsilon(\pi, \chi, 1/2) \in \{\pm 1\}$$

de l'équation fonctionnelle. On s'attend à ce que cet ordre soit en general *minimal* (c'est-à-dire 0 ou 1), étant donnée les contraintes de parité imposées par l'équation fonctionnelle.

Dans cet exposé, on considère un π fixé, de poids $(2, \cdots, 2)$ et de niveau $\mathcal{N}$ premier au discriminant $\mathcal{D}$ de K/F, et on fait varier χ parmis les *ring class characters* de conducteur P^n de K, où P est un ideal maximal fixé de $\mathcal{O}_F$ ne divisant ni $\mathcal{D}$ ni $\mathcal{N}$. On montre essentiellement que pour tout n assez grand, il y a beaucoup de χ pour lesquels

$$\mathrm{ord}_{s=1/2} L(\pi, \chi, s) = \begin{cases} 0 & \text{si } \epsilon(\pi, \chi) = +1 \\ 1 & \text{si } \epsilon(\pi, \chi) = -1 \end{cases}$$

Ces résultats ont des applications en théorie d'IWASAWA. Combinés avec les méthodes de KOLYVAGIN, et la théorie des *complexes de Selmer* de NEKOVAR, ils permettent de démontrer de nouveaux cas de parité dans la conjecture de BIRCH et SWINNERTON-DYER, pour les représentations Galoisiennes attachées aux formes de Hilbert de poids $(2k, \cdots, 2k)$, avec $k \geq 1$.