LM300
« Histoire des Mathématiques »
niveau L3

Printemps 2014–2015

L'ENSEIGNANT : David Aubin

– Examen final –

22 mai 2015.

Enoncé de la question

Toute documentation interdite, à l'exception des notes manuscrites ou copie des notes de cours.

L'examen ne comporte qu'une seule partie.

Question unique : La Roulette de Roberval

Vous trouverez en **annexe** un extrait de texte de Roberval. Rédigez un commentaire argumenté de ce texte avec introduction, développement et conclusion dans lequel vous aborderez notamment les points suivants :

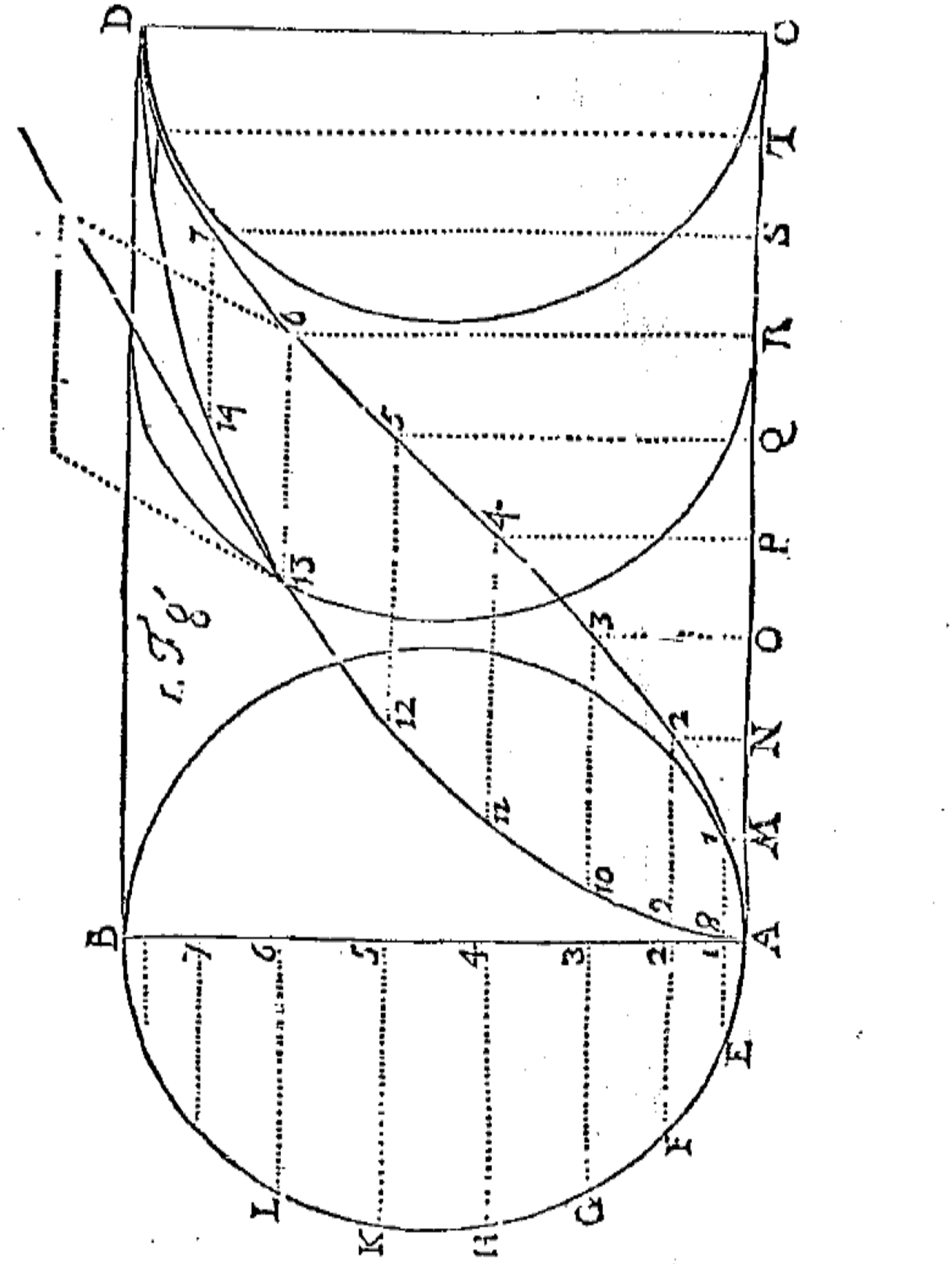
1) Qui était Roberval et à quelle époque a-t-il vécu ?
2) Qu'est que la « roulette » dont il est ici question ?
   Quel a été son rôle dans l'histoire des mathématiques ?
3) Qu'est-ce que la méthode des indivisibles ?
4) Quel résultat mathématique est ici démontré par Roberval ?
   Décrivez de manière détaillée les étapes de la preuve ?
5) Que pensez-vous de la rigueur de cette preuve ?
   Discutez cette question en fonction du contexte historique, notamment en relation avec les premiers fondements du calcul intégral.

ANNEXE 1 : Roberval.

Source : Gilles Personne de Roberval, *Traité des indivisibles*.

EXPLICATION DE LA ROULETTE.

NOUS posons que le diamétre AB du cercle AEFGB se meut parallelement à soy-méme, comme s'il étoit emporté par quelqu'autre corps, jusques à ce qu'il soit parvenu en CD pour achever le demi-cercle ou demi-tour. Pendant qu'il chemine, le point A de l'extrémité dudit diamétre marche par la circonférence du cercle AEFGB, & fait autant de chemin que le diamétre, ensorte que quand le diamétre est en CD, le point A est venu en B, & la ligne AC se trouve égale à la circonférence AGHB. Or cette course du diamétre se divise en parties infinies & égales tant entr'elles qu'à chaque partie de la circonférence AGB, laquelle se divise aussi en parties infinies toutes égales entr'elles & aux parties de AC parcouruës par le diamétre, comme il a été dit. En après je considére le chemin qu'à fait ledit point A porté par deux mouvemens, l'un diamétre en avant, l'autre du sien propre dans la circonference. Pour trouver ledit chemin, je voy que quand il est venu en E il est élevé au-dessus de son premier lieu duquel il est parti; cette hauteur se marque tirant du point E au diamétre AB un sinus E1, & le sinus Verse A1 est la hauteur dudit A quand il est venu en E. De méme quand il est venu en F, du point F sur AB je tire le sinus F2, & A2 sera la hauteur de A quand il a fait deux portions de la circonférence, & tirant le sinus G3, le sinus Verse A3 sera la hauteur de A quand il est parvenu en G; & faisant ainsi de tous les lieux de la circonférence que parcourt A, je trouve toutes ses hauteurs & élevemens pardessus l'extrémité du diamétre A, qui sont A1, A2,



A3, A4, A5, A6, A7; donc, afin d'avoir les lieux par où passe ledit point A, sçavoir la ligne qu'il forme pendant ſes deux mouvemens, je porte toutes ſes hauteurs ſur chacun des diamétres M, N, O, P, Q, R, S, T, & je trouve que M 1, N 2, O 3, P4, Q 5, R 6, S 7 ſont les mêmes que celles qui ſont priſes ſur AB. Puis je prends les mêmes ſinus E 1, F 2, G 3, &c. & je les porte ſur chaque hauteur trouvée ſur chaque diamétre, & je les tire vers le cercle, & des extrémitez de ces ſinus ſe forment deux lignes, dont l'une eſt A 8 9 10 11 12 13 14 D, & l'autre A 1 2 3 4 5 6 7 D. Je ſçai comme s'eſt fait la ligne A 8 9 D; mais pour ſçavoir quels mouvemens ont produit l'autre, je dis que pendant que AB a parcouru la ligne AC, le point A eſt monté par la ligne AB, & a marqué tous les points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, le premier eſpace pendant que AB eſt venu en M, le ſecond pendant que AB eſt venu en N, & ainſi toûjours également d'un eſpace à l'autre juſques à ce que le diamétre ſoit arrivé en CD; alors le point A eſt monté en B. Voilà comment s'eſt formée la ligne A 1 2 3 D. Or ces deux lignes enferment un eſpace, étant ſéparées l'une de l'autre par tous les ſinus, & ſe rejoignant enſemble aux deux extrémitez AD. Or chaque partie contenuë entre ces deux lignes eſt égale à chaque partie de l'aire du cercle AEB contenuë dans la circonférence d'icelui; car les unes & les autres ſont compoſées de lignes égales, ſçavoir de la hauteur A 1, A 2, &c. & des ſinus E 1, F 2, &c. qui ſont les mêmes que ceux des diamétres M, N, O, &c. ainſi la figure A 4 D 12 eſt égale au demi-cercle AHB. Or la ligne A 1 2 3 D diviſe le parallelograme ABCD en deux également, parce que les lignes d'une moitié ſont égales aux lignes de l'autre moitié, & la ligne AC à la ligne BD; & partant ſelon Archiméde, la moitié eſt égale au cercle, auquel ajoûtant le demi-cercle, ſçavoir l'eſpace compris entre les deux lignes courbes, on aura un cercle & demi pour l'eſpace A 8 9 D C; & faiſant de même pour l'autre moitié, toute la figure de la cycloïde vaudra trois fois le cercle.