Newton

LA METHODE DES FLUXIONS.

I. J'AI observé que les Géometres modernes ont la plupart négligé la Synthese des anciens, & qu'ils se sont appliqués principalement à cultiver l'Analyse ; cette Methode les a mis en état de surmonter tant d'obstacles, qu'ils ont épuisé toutes les Spéculations de la Géometrie, à l'exception de la Quadrature des Courbes & de quelques autres matieres semblables, qui ne sont point encore discutées ; cela joint à l'envie de faire plaisir aux jeunes Géometres, m'a engagé à composer le Traité suivant, dans lequel j'ai tâché de reculer encore les limites de l'Analyse, & de perfectionner la science des Lignes Courbes.

II. La grande conformité qui se trouve dans les Opérations litterales de l'Algebre, & dans les Opérations numeriques de l'Arithmetique ; cette ressemblance ou analogie, qui seroit parfaite, si les Caracteres n'étoient pas differens, les premiers étant généraux & indéfinis, & les autres particuliers & définis, devoit naturellement nous conduire à en faire usage ; & je ne puis qu'être étonné de ce que personne, à moins que vous ne vouliez excepter M. *Mercator*, *de Quadratura Hyperbolæ*, n'a songé à appliquer à l'Algebre la doctrine des Fractions Decimales, puisque cette application ouvre la route pour arriver à des découvertes plus importantes & plus difficiles. Mais, puisqu'en effet cette doctrine reduite en especes doit avoir avec l'Algebre la même relation que la doctrine des Nombres Decimaux se trouve avoir avec l'Arithmetique ordinaire, il suffit de sçavoir l'Arithmetique & l'Algebre, & d'observer la correspondance qui doit être entre les Fractions Decimales & les Termes Algebriques continués à l'infini, pour faire les Opérations de l'Addition, Soustraction, Multiplication, Division & Extraction de Racines dans cette nouvelle façon de calcul. Car comme dans les Nombres les places à droite diminuent en raison Decimale, ou Soudecuple, il en est respectivement de même dans les especes, lorsque les Termes sont disposés en Progression uniforme continuée à l'infini, suivant l'ordre des dimensions d'un Nominateur ou Dénominateur quelconque; & comme les Fractions Decimales ont l'avantage de transformer en quelque façon toutes les Fractions ordinaires & tous les Radicaux en Nombres entiers, de sorte que, lorsque ces Fractions & ces Nombres sourds sont reduits en Decimales, ils peuvent être traités comme des Nombres entiers; de même les suites infinies ont l'avantage de reduire à la classe des Quantités simples toutes les especes de Termes compliqués, tels que les Fractions dont les Dénominateurs sont des Quantités complexes, les Racines des Quantités composées ou des Equations affectées, & d'autres semblables; c'est-à-dire qu'elles donnent la commodité de pouvoir les exprimer par une suite infinie de Fractions, dont les Numerateurs & les Dénominateurs sont des Termes simples, ce qui applanit des difficultés, qui sous la forme ordinaire, auroient paru insurmontables. Je vais donc commencer par faire voir comment ces Reductions doivent se faire, ou ce qui est la même chose, comment une Quantité composée quelconque peut être reduite à des Termes simples, dans les cas sur-tout où la Methode de calculer ne se présente pas d'abord; j'appliquerai ensuite cette Analyse à la solution des Problêmes.

III. La Reduction par la Division & par l'Extraction des Racines se concevra clairement par les exemples suivans, en comparant les façons d'opérer en Nombres & en Especes.

Exemples de Reduction par la Division.

IV. La Fraction $\frac{aa}{b+x}$ étant proposée, Divisés aa par $b+x$ de la maniere qui suit.

$$b+x)\,a^2+0\left(\frac{aa}{b}-\frac{aax}{b^2}+\frac{aax^2}{b^3}-\frac{aax^3}{b^4}+\frac{aax^4}{b^5},\ \&c.\right.$$

$$\begin{array}{l}
aa+\frac{aax}{b} \\
\hline
0-\frac{aax}{b}+0 \\
\quad -\frac{aax}{b}-\frac{aax^2}{b^2} \\
\hline
\qquad 0+\frac{a^2x^2}{b^2}+0 \\
\qquad\quad +\frac{a^2x^2}{b^2}+\frac{a^2x^3}{b^3} \\
\hline
\qquad\qquad 0-\frac{a^2x^3}{b^3}+0 \\
\qquad\qquad\quad -\frac{a^2x^3}{b^3}-\frac{a^2x^4}{b^4} \\
\hline
\qquad\qquad\qquad 0+\frac{a^2x^4}{b^4},\ \&c.
\end{array}$$

Le Quotient est donc $\frac{aa}{b}-\frac{a^2x}{b^2}+\frac{a^2x^2}{b^3}-\frac{a^2x^3}{b^4}+\frac{a^2x^4}{b^5}$, &c. laquelle suite étant continuée à l'infini $=\frac{aa}{b+x}$. ou si l'on fait x le premier Terme du Diviseur de cette façon, $x+b\,(aa+0$, alors le Quotient sera $\frac{aa}{x}-\frac{aab}{x^2}+\frac{aab^2}{x^3}-\frac{aab^3}{x^4}$, &c. ce que l'on trouvera par la même maniere que ci-dessus.

V. De même la Fraction $\frac{1}{1+xx}$, se reduira à $1-x^2+x^4-x^6+x^8$, &c. ou bien à $x^{-2}-x^{-4}+x^{-6}-x^{-8}$, &c.

VI. Et la Fraction $\frac{2x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{3}{2}}}{1+x^{\frac{1}{2}}-3x}$, se reduira à $2x^{\frac{1}{2}}-2x+7x^{\frac{3}{2}}-13x^2+34x^{\frac{5}{2}}$, &c.

VII. Il convient ici d'obſerver que je me ſers de x^{-1}, x^{-2}, x^{-3}, x^{-4}, &c. au lieu de $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x^3}$, $\frac{1}{x^4}$, &c. de $x^{\frac{1}{2}}$, $x^{\frac{3}{2}}$, $x^{\frac{5}{2}}$, $x^{\frac{1}{3}}$, $x^{\frac{2}{3}}$, &c. au lieu de $\sqrt{x}$, $\sqrt{x^3}$, $\sqrt{x^5}$, $\sqrt[3]{x}$, $\sqrt[3]{x^2}$, & de $x^{-\frac{1}{2}}$, $x^{-\frac{2}{3}}$, $x^{-\frac{1}{4}}$, &c. au lieu de $\frac{1}{\sqrt{x}}$, $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, $\frac{1}{\sqrt[4]{x}}$, &c. Et cela par regle d'Analogie, comme on peut le concevoir par des Progreſſions Géometriques ſemblables à celles-ci, x^3, $x^{\frac{5}{2}}$, x^2, $x^{\frac{3}{2}}$, x, x^0 ou 1, $x^{-\frac{1}{2}}$, x^{-1}, $x^{-\frac{3}{2}}$, x^{-2}, &c.

VIII. Ainſi au lieu de $\frac{aa}{x} - \frac{aab}{x^2} + \frac{aab^2}{x^5}$, &c. on peut écrire $aax^{-1} - aabx^{-2} + aab^2x^{-5}$, &c.

IX. Et au lieu de $\sqrt{aa-xx}$, on peut écrire $\overline{aa-xx}|^{\frac{1}{2}}$, & $\overline{aa-xx}|^{2}$, au lieu du Quarré de $aa-xx$, & $\overline{\frac{abb-y^3}{by+yy}}|^{\frac{1}{3}}$ au lieu de $\sqrt[3]{\frac{ab^2-y^3}{by+yy}}$, & ainſi des autres.

X. Ainſi il convient aſſez de diſtinguer les Puiſſances en Affirmatives, Négatives ; Entieres & Rompuës.