

LES 5 SOLIDES DE PLATON

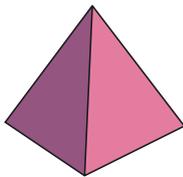
« Dieu s'en est servi pour le Tout, quand il en a dessiné l'arrangement final. »
(Platon, *Timée* 55a)

La recherche de la régularité et de l'harmonie constitue une quête ancienne de l'esprit humain. Dès l'Antiquité les mathématiciens grecs ont construit des figures géométriques répondant à ces critères de symétrie : ils savaient par exemple tracer sur leurs tablettes des triangles équilatéraux, des carrés, des pentagones réguliers (5 côtés) et ainsi de suite des polygones avec 6, 7, 8, 9, 10... côtés de même longueur.

Mais dans l'espace, existe-t-il ainsi des solides remarquables, dont les faces sont identiques et les arêtes ont même longueur ?

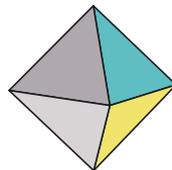
Oui : inspiré par les écrits de Platon qui en faisait des objets mystiques, Euclide construisit des solides (appelés solides de Platon ou polyèdres réguliers convexes) qui furent le couronnement de son monument mathématique intitulé *les Eléments* (IV-III^e siècle avant JC).

Voici donc ces solides très particuliers :



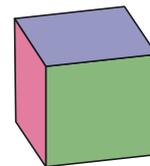
LE TETRAEDRE

4 faces qui sont des triangles équilatéraux



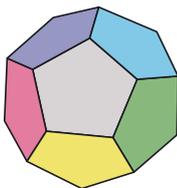
L'OCTAEDRE

8 faces qui sont des triangles équilatéraux



LE CUBE

6 faces qui sont des carrés



LE DODECAEDRE

12 faces qui sont des pentagones réguliers



L'ICOSAEDRE

20 faces qui sont des triangles équilatéraux

Aucun nouveau polyèdre régulier convexe n'a été découvert depuis Euclide.

En fait, on peut même démontrer qu'il n'y en a que 5 !

Ces formes sont si remarquables que la nature s'en sert (cristaux, virus...) et qu'elles sont très utiles en ingénierie (dodécaèdre pour des poubelles à verres...).

Elles apparaissent encore aujourd'hui dans de nombreuses théories et problèmes nouveaux, en mathématiques et en physique (en théorie des groupes par exemple).

Contact : David Hernandez david.hernandez@ens.fr
CNRS UMR 8553
Département Mathématiques et applications
Ecole normale supérieure