

Exercices sur le dénombrement.

Exercice 1. Combien y a-t-il de nombres à quatre chiffres :

- Quelconques.
- Pairs.
- Ne contenant pas le chiffre 0.
- Contenant exactement un 3.
- Contenant au moins un 3.

Exercice 2. Quel est le nombre de rangements possibles de 7 livres sur une étagère si :

- Tous les rangements sont possibles ?
- 3 livres particuliers doivent être rangés ensemble ?
- Les extrémités doivent être occupées par deux livres particuliers fixés ?
- Il y a deux livres bleus et 5 livres verts et les couleurs ne doivent pas être mélangées ?
- Il y a trois livres rouges et 4 livres jaunes et les jaunes sont aux places impaires ?

Exercice 3. Soient $\Omega = \{a, b, c, d, e, f, g\}$, $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, c, e, g\}$ et $C = \{b, e, f, g\}$. Donner la liste des éléments de :

- $A \cup B$.
- $C \cap B$.
- $\overline{A} \cap B$.

Exercice 4. Donner les détails du calcul de C_{15}^8 .

Exercice 5. a) Combien de codes de 8 lettres peut-on réaliser à partir des lettres A et B ?

b) Combien de ces codes contiennent :

- Au moins une lettre A ?
- Exactement 3 lettres A ?

Exercice 6. Une classe comporte 38 enfants. Parmi ces enfants, 15 ont une chemise verte, 18 ont un pantalon blanc, et 3 ont une chemise verte et un pantalon blanc. Combien de ces enfants ont une chemise verte ou un pantalon blanc ?

Exercice 7. Un immeuble a 15 étages plus le rez-de-chaussée. Six personnes montent dans l'ascenseur au rez-de-chaussée. De combien de façons ces six personnes peuvent-elles descendre à six étages différents ?

Exercice 8. Un homme veut offrir 7 cadeaux à ses 3 enfants. L'aîné en recevra 3 et les autres 2. De combien de manières peut-il procéder ?

Exercice 9. Une urne contient 5 boules rouges numérotées de 1 à 5, 3 boules jaunes numérotées de 1 à 3 et 9 boules bleues numérotées de 1 à 9. On tire 3 boules sans remise. Combien y a-t-il de tirages où les boules sont de la même couleur ?

Exercice 10. Dans un groupe de 120 élèves, un professeur d'éducation physique a relevé que le tennis est pratiqué par 64 élèves, le canoë par 15 élèves, 9 élèves pratiquant les deux. Combien d'élèves :

- Pratiquent uniquement le canoë ?
- Ne pratiquent aucun sport ?
- Pratiquent un seul des deux sports ?

Exercice 11. Trois pièces de monnaie (une de 50 centimes, une de 1 euro et une de 2 euros) doivent être réparties entre 3 personnes. Utiliser un arbre pour déterminer le nombre de répartitions possibles (une personne peut avoir plusieurs pièces).

Exercice 12. a) On demande à chacun des 4 boulangers d'un quartier quel jour hebdomadaire de fermeture lui conviendrait. De combien de façons peuvent s'énoncer les choix des boulangers ?

b) On ne peut pas accepter que 2 boulangers ferment le même jour. On les réunit à nouveau, et aucun ne veut fermer le samedi, ni le dimanche. Quel est alors le nombre de choix possibles ?

Exercice 13. Cinq personnes veulent créer une association.

a) Il faut désigner un président, un secrétaire et un trésorier. Combien y a-t-il de choix possibles ?

b) Il faut également désigner en plus un vice-président, un vice-secrétaire et un vice-trésorier. Combien y a-t-il de choix possibles ?

Exercice 14. On doit construire un mot de quatre lettres différentes à partir des lettres du mot CONFLIT (ce mot n'a pas nécessairement de sens). Combien y a-t-il de façons de faire si on veut que le mot construit commence par une voyelle ?

Exercice 15. Combien peut-on construire de mots avec deux R, un O, trois S et deux E (ces mots n'ont pas nécessairement de sens) ?

Exercice 16. Une matresse de maison a 11 amis très proches, et souhaite en inviter cinq. Combien a-t-elle de façons de faire :

a) Sans contrainte ?

b) Si deux d'entre elles ne peuvent venir qu'ensemble (c'est un couple) ?

c) Si deux d'entre elles ne doivent pas être invitées ensemble, étant en mauvais termes ?

Exercice 17. Monsieur DELAPOUZE veut créer une société. Il doit lui donner un nom, qui doit comporter 4 lettres figurant dans son nom, dans le même ordre que dans son nom. Combien a-t-il de façons de faire ?

Exercice 18. Un domino est un rectangle divisé en deux carrés, chacun des carrés contenant un chiffre compris entre 0 et 6. De plus, le chiffre se trouvant dans le second carré est supérieur ou égal au chiffre se trouvant dans le premier. Dans un jeu de dominos, chaque paire de chiffres possible est ainsi représentée exactement une fois. Utiliser un arbre pour déterminer le nombre de dominos dans un jeu de dominos.

Exercice 19. Dans un cirque, les numéros possibles sont : les acrobates, les clowns, les chats savants, les trapézistes, le magicien.

a) Ces numéros peuvent se dérouler dans n'importe quel ordre. Combien y a-t-il de spectacles possibles ?

b) On suppose maintenant que seulement trois numéros peuvent être présentés.

1) Combien y a-t-il de spectacles possibles ?

2) Combien peut-on former de spectacles comportant un numéro de clowns, un numéro de trapézistes et un numéro de chiens savants ?

Exercice 20. Une classe comporte quinze filles (toutes externes) et vingt garçons (tous internes). On doit former un comité comportant un président (nécessairement interne), une secrétaire (nécessairement fille), et 3 autres membres. Combien y a-t-il de comités possibles ?

Exercice 21. Dans un tournoi, il y a 7 équipes.

a) Chaque équipe doit rencontrer chacune des autres équipes exactement une fois. Combien y aura-t-il de rencontres ?

b) Il y a maintenant un système de matchs aller-retour : les équipes se rencontrent deux fois. Combien y a-t-il de rencontres dans ce nouveau système ?

Exercice 22. Un anagramme d'un mot est formé des mêmes lettres avec la même multiplicité. Combien y a-t-il d'anagrammes du mot VALISES ?

Exercice 23. On doit former un bureau de 3 hommes et 4 femmes, à partir de 8 hommes et 12 femmes. Cependant, Monsieur Dupont et Madame Durand ne doivent pas être ensemble. Combien y a-t-il de bureaux possibles ?

Exercice 24. On doit choisir 3 cartes dans un jeu de 32 cartes (qui comporte 4 couleurs : pique, coeur, trèfle et carreau, avec 8 cartes dans chaque couleur). Combien y a-t-il de tirages où les trois cartes sont de la même couleur ?

Exercice 25. Une concierge distraite ne sait plus à qui appartiennent les 4 clefs qu'on lui a confié. Elle décide de rendre au hasard ces clefs. Combien y a-t-il de situations où exactement deux clefs sont rendues correctement ?