

Exercices sur les tests d'hypothèse

Exercice 1. Une étude, portant sur 5000 naissances observées dans les Alpes-Maritimes durant les mois de Mai à Septembre 1988, a montré 2570 garçons et 2430 filles. Au vu de cette étude, tester l'hypothèse selon laquelle il y a équiprobabilité des deux sexes à la naissance.

Exercice 2. On considère une loi binômiale $\mathcal{B}(120; p)$ dans laquelle p est inconnu. On a observé 24 réalisations de la première issue. Peut-on estimer que $p=0,5$, au seuil de signification 0,05 ?

Exercice 3. Une usine fabrique, en grande quantité, des rondelles d'acier pour la construction, de diamètre exprimé en millimètre. Le diamètre suit une loi normale de moyenne inconnue m et d'écart type 0,17. On prélève un échantillon de 100 rondelles pour lequel on observe une moyenne des diamètres de 90,02. Peut-on, au seuil de 5 pour cent, estimer la moyenne des diamètres à 90 ?

Exercice 4. Les fours à pizza d'un restaurant prennent, en moyenne, 8 minutes pour cuire une pizza. Compte tenu que le temps de livraison doit être réduit pour faire face à la publicité de la compétition, un fournisseur de farine affirme au gérant de la pizzeria qu'avec son produit, il pourrait réduire le temps de cuisson des pizzas de plus de 25 pour cent. A titre d'essai, le gérant produit ses pizzas avec la nouvelle farine pour une période de 14 jours. Pour un échantillon de 2 pizzas par jour, il calcule le temps moyen de cuisson et obtient 6,5 minutes avec un écart-type échantillonnal de 0,5092 minutes. On sait que le temps de cuisson d'une pizza se distribue normalement. Au seuil de signification 0,01, pouvons-nous conclure que cette farine réduit le temps de cuisson de plus de 25 pour cent ?

Exercice 5. Une compagnie d'assurance sur la vie étudie le pourcentage de clients décédés dans les dix années suivant la souscription dun contrat. il existe deux types de contrats : le premier avec prime fixe, le second avec prime variable en fonction de l'état de santé du client. Dans ce derniers cas, la prime est plus élevée pour le client en mauvaise santé. On prélève un échantillon aléatoire de 979 assurés du premier contrat. On trouve 48 décès. On prélève un échantillon aléatoire de 140 assurés, selon les termes du second contrat. On trouve 13 décès. La compagnie souhaite savoir si les pourcentages de décès correspondant aux deux types sont différents au risque 5 pour cent.

Exercice 6. Deux ateliers fabriquant les mêmes pièces utilisent des méthodes de fabrication différentes, une classique et une autre, innovante et moins bruyante. On souhaite s'assurer que la nouvelle méthode n'engendre pas une perte de qualité. On prélève deux échantillons dans chacun des ateliers. L'échantillon classique est composé de 300 pièces dont 30 défectueuses. L'échantillon innovant est composé de 200 pièces dont 24 défectueuses. On peut admettre que la fréquence f_1 de pièces défectueuses dans un échantillon prélevé au hasard dans l'atelier classique est une variable aléatoire suivant une loi normale, ainsi que la fréquence f_2 de pièces défectueuses dans un échantillon prélevé au hasard dans l'atelier innovant. Peut-on estimer que les proportions de pièces défectueuses sont les mêmes dans les deux ateliers ?

Exercice 7. On considère des tubes électriques d'un même type provenant de deux fabriques. La durée de vie moyenne des tubes est une variable aléatoire qui obéit à une loi normale ($\mathcal{N}(m_1; 24)$ pour la première fabrique, et $\mathcal{N}(m_2; 28)$ pour la seconde fabrique). On prélève dans les deux fabriques des échantillons représentatifs de taille $n_1 = 100$ et $n_2 = 200$. La durée de vie moyenne des tubes du premier échantillon est 1452 heures tandis que pour le second on obtient 1447 heures. Peut-on admettre au risque de 5 pour cent que les usines fabriquent des tubes de durées de vie identiques ?

Exercice 8. Avant de décider de la commercialisation d'un carburant moins polluant, un groupe pétrolier souhaite s'assurer qu'il ne réduit pas la puissance des moteurs. Son bureau d'étude mesure la puissance d'un échantillon de mille voitures représentatives du parc automobile européen alimentées avec ce nouveau carburant. Il fait le même test de puissance sur un second échantillon de 700 voitures alimentées avec le carburant classique. Pour les deux échantillons, la répartition des puissances moyennes suit une loi normale. La moyenne est 78 CV et l'écart-type 20 CV pour le premier échantillon alors que pour le second la moyenne est de 79 CV et l'écart-type 21 CV. Peut-on estimer que les moyennes des puissances sont les mêmes dans les deux échantillons ?

Exercices sur le test du χ^2 et l'analyse de la variance

Exercice 1. Dans une université où les initiatives pédagogiques différenciées sont vivement encouragées, deux groupes de professeurs ont mis au point deux méthodes différentes d'apprentissage des Mathématiques qu'on a appliqué à deux échantillons d'étudiants ayant sensiblement le même niveau initial. A l'examen, il y a eu 51 admis et 29 ajournés avec la méthode M_1 , 38 admis et 12 ajournés avec la méthode M_2 . Peut-on affirmer que l'une des deux méthodes est plus efficace que les autres en termes de réussite à l'examen ?

Exercice 2. On veut savoir si l'efficacité d'un vaccin contre la grippe est indépendante du fait qu'on l'administre à des patients de moins de 55 ans ou à des patients strictement plus âgés. Considérons un échantillon A de personnes vaccinées de 55 ans ou moins, et un échantillon B de personnes vaccinées de plus de 55 ans. Dans A, on a observé 38 grippés et 82 non grippés. Dans B, on a observé 72 grippés et 108 non grippés. Que conclure ?

Exercice 3. Dans une population, on a mesuré la tension artérielle de chaque individu, ce qui a donné les effectifs suivants : 108 hommes ayant une tension anormale, 192 hommes ayant une tension normale, 82 femmes ayant une tension anormale et 118 femmes ayant une tension normale. A-t-on, au risque de 5 pour cent, une liaison entre le sexe de l'individu et sa tension artérielle ?

Exercice 4. On a enregistré pendant 1000 jours le nombre d'appels reçus par un service entre 20h et 6h du matin. On a obtenu les résultats suivants :

Nombre d'appels	Nombre de jours
0	14
1	70
2	155
3	185
4	205
5	150
6	115
7	65
8	30
9	5
10	1
11	5

(a) Déterminer la moyenne de cette série statistique.

(b) Tester, à l'aide du χ^2 , au risque 5 pour cent, l'hypothèse que le nombre d'appels reçus par le service suit une loi de Poisson.

Exercice 5. On fait passer un examen de mathématiques à un groupe d'étudiants. On obtient le tableau suivant :

Note	Nombre d'étudiants
[0;4[8
[4;8[52
[8;12[102
[12;16[96
[16;20[42

- (a) Déterminer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.
 (b) Peut-on admettre que la distribution des étudiants est normale au seuil 0,05 ?

Exercice 6. On a mesuré la taille et le poids de 6 individus. On obtient les résultats suivants :

Taille (cm)	Poids (kg)
155	60
162	61
157	64
170	67
164	68
162	69

Y a-t-il une dépendance linéaire significative entre la taille et le poids des individus (qu'on supposera issus d'une population distribuée normalement) ?

Exercice 7. On considère le tableau suivant donnant l'âge et l'espérance de vie d'un échantillon de 5 femmes :

Age	Esperance de vie
20	68,9
25	62,9
31	36,6
44	6,2
65	25,8

Y a-t-il une dépendance linéaire significative entre l'âge et l'espérance de vie des femmes (qu'on supposera issues d'une population distribuée normalement) ?