**Exercice I: Méthode de Lagrange :**

Nous pouvons interpoler le polynôme caractéristique en les valeurs $0 \dots n$. Autrement dit, nous calculons $n+1$ déterminants $d_i$, et la réponse sera : $\sum_{i=0}^{n} d_i \prod_{j \neq i} \frac{(x-j)}{(i-j)}$.

1) Implémenter cette méthode en utilisant la fonction déterminant pour les rationnels.

2) Comparer ces 2 méthodes avec un même logiciel. Par exemple en utilisant `pari_charpoly` avec de bonnes options ou bien la fonction implémentée dans xcas.

a) Pour une matrice à coefficients entiers.

b) Pour une matrice à coefficients rationnels.

3) Quel est le cout en terme d'opérations sur le corps de base de cette méthode ?

**Exercice II: Polynôme minimal**

1) a) Comment créer un polynôme à partir de la liste de ses coefficients.

b) Comment renverser une liste ?

c) Comment évaluer un polynôme lorsqu'il est sous forme d'un symbole. Comment le faire à partir de la liste de ses coefficients. Soit $v$ un vecteur et $u$ un endomorphisme de $E$ (E ev de dim $n$). On note $P_{u,v}$ un générateur de l'idéal : $\{P \in k[x], P(u)(v) = 0\}$.

2) Expliquer sur un exemple de taille $n$ aléatoire (on commencera par $n = 8$)comment on peut trouver $P_{u,v}$ à partir d'une recherche de noyau.

3) Recommencer sur un exemple où $P_{u,v}$ est de degré inférieur à la dimension de $E$.

a) Optimiser le calcul des $A^k(v)$, et regardez si le polynôme obtenu annule $A$. Estimer le nombre d'opérations sur le corps de base.

b) Justifier l'interet de cette méthode pour trouver le polynôme minimal de $u$.

[1] http ://www.math.jussieu.fr/~han/agreg