

Exercice I: astuces diverses

1) Etudier le comportement d'xcas avec les matrices en calcul modulaire, et les priorités des opérations.

2) Remarquer que la forme inerte (ie avec majuscule) équivaut à mettre l'instruction entre '. Par exemple comparer : `gcd(x+3,x+5) mod 2`; et `'gcd(x+3,x+5)' mod 2`; et `Gcd(x+3,x+5) mod 2`; En déduire un moyen de résoudre un système à coefficients dans $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.

3) Attention² lors de la création d'une fonction à partir d'un symbole lorsqu'il y a des modulo. Essayer `S :=2*x+y`, puis `f:=unapply(S mod 2, x,y)`; et `g:=(x,y)->S mod 2` et `h:=(x,y)->eval(S) mod 2`; et calculer les images de (1, 2). On pourra aussi essayer de définir `g` à l'intérieur d'une autre procédure.

Exercice II: Texte jury1 : Différentes façons de faire jouer le jury

1) Niveau 0 : On rentre la réponse à la main, ainsi que la matrice.

2) On améliore avec une procédure. (Comment faire apparaitre une fenêtre interactive)

3) Améliorations : On va expliquer maintenant comment sont créés H et les questions.

a) Création de H automatiquement en remarquant que les colonnes sont les chiffres de 1 à 8 en base 2.

4) a) Comment trouver un noyau modulo 2? Comment résoudre un système affine modulo 2.

b) comment obtenir (x,y) (autrement dit $[3,1]$) à partir de $\{y=1,x=3\}$? Comment évaluer les paramètres des solutions d'un système?

c) Créer une procédure `syst(k)` qui crée une matrice 4×7 obtenue à partir de H en rajoutant une ligne ayant 1 sur la colonne k et 0 ailleurs.

d) Remarquer³ que lorsqu'une forme inerte n'existe pas on peut utiliser des '. Par exemple `linsolve` n'a pas sa forme inerte `Linsolve`. Pour travailler modulo 2 il nous suffira d'utiliser `'linsolve()' mod 2`;

e) Créer une procédure⁴ `sol(k)` qui retourne les solutions de `syst(k)`.

f) Création des questions (ie des listes) automatiquement.

g) pour éviter les `seq(seq(seq` créer une procédure qui retourne la puissance n -ième d'un ensemble E sous forme d'une matrice dont les lignes sont des n -uplets de E . On pourra utiliser tous les entiers de 0 à $card(E)^n - 1$ convertis en base $card(E)$.

Exercice III: Codes de Hamming

Il existe 2 façons de généraliser l'exemple précédent : Augmenter le nombre de lignes de H , et changer de corps. On notera $H_{r,q}$ une matrice de taille $r \times (q^r - 1)$ dont les colonnes sont constituées des éléments de $\mathbb{P}(\mathbb{F}_q^r)$. Le code correspondant sera encore le noyau de cette matrice.

1) Expliquer pourquoi on ne travaille pas modulo 4?

2) Généraliser l'exemple? Etudier une généralisation sur \mathbb{F}_4 ?

a) Créer une liste 1 de tous les éléments de \mathbb{F}_4 :

b) Créer tous les vecteurs de \mathbb{F}_4^2

c) Donner un vecteur directeur de chaque droite vectorielle de \mathbb{F}_4^2 puis un vecteur directeur de chaque droite vectorielle de \mathbb{F}_4^3 . On notera $H4$ la matrice 3×21 associée.

d) Trouver⁵ le noyau de $H4$.

Exercice IV:

Dans cas d'un code non linéaire sans règles particulières, on n'a pas d'autre moyen que d'utiliser les algorithmes de tri.

1) Créer une fonction distance de hamming entre 2 vecteurs.

2) On considère un code (non forcément linéaire) inclus dans \mathbb{F}_3^{10} à 200 éléments.

a) Créer un tel code en tirant au hasard les coordonnées de ses éléments. On le représentera par une matrice 200 représentant la liste de tous les éléments du code. (Attention à ne pas confondre avec un code linéaire où la matrice

b) Etudier les fonctions de tri. Comment peut on en utiliser pour extraire d'une liste tous les éléments a distance 1 d'un vecteur donne?

¹<http://www.math.jussieu.fr/~han/agreg>

²Le plus simple/sur sera probablement de mettre le mod lorsque l'on utilise la fonction

³En mode maple. Si l'on est en mode xcas, il suffit que les coefficients soient des modulaires (ie du type `a % 2`), et le `linsolve` sera correct

⁴Attention, sous maple l'indice des paramètres utilisés pour les solutions n'est pas toujours le même ce qui pose problème pour les boucles ensuite. Sous xcas je n'ai pas remarqué ce Pb

⁵Sous xcas uniquement. Je ne sais pas le faire sous maple!