

1	restart;maple_mode(0);cas_setup(0,0,0,1,0,1e-10,25,[1,50,0,25],0,0,0);//radians,pas de cmplx, pas de Sqrt	[ A, B, C, C1, C2, F, G, O1, O2, P, S, T, a, clA, d1, d2, dm, f, j, k, l, m, n, o, r1, r2, s, t, t2, zs ], War
2	-----EXERCICE-----	
3	Attention pour les utilisateurs de maple, root[3](23) ne marche pas, il fait juste racine carree.	
4	root(3,23);	$\sqrt[3]{23}$
5	root(3,23.);evalf(root(3,23.));root(3,approx(23));	( 2.84386698 , 2.84386698 , 2.84386698 )
6	evalf(Pi,1000);	3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808
7	maple_mode(0);evalf(E);evalf(e);	( Warning: some commands like subs might change arguments order , E, 2.7182818284590452353602874 )
8	maple_mode(1);evalf(E);evalf(e);evalf(exp(1));	( Warning: some commands like subs might change arguments order , E, e, 2.7182818284590452353602874 )
9	maple_mode(0);	Warning: some commands like subs might change arguments order
10	Attention mettre plusieurs Digits:= sur une meme ligne a l'air de poser probleme?	
11	Digits:=1000;	[ 0, 0, 0, 1, 0, [1e-10, 1e-15 ], 1000, [1, 50, 0, 25 ], 0, 0, 0 ]
12	sqrt(2.0);	1.41421356237309504880168872420969807856967187537694807317667973799073247846210703885038753432764157273501384
13	Digits:=10;	[ 0, 0, 0, 1, 0, [1e-10, 1e-15 ], 10, [1, 50, 0, 25 ], 0, 0, 0 ]
14	sqrt(3.0);	1.732050808
15	P:=expand(simplify((2*x+1)^2*(x^5-1)/(x-1)));	$4 \cdot x^6 + 8 \cdot x^5 + 9 \cdot x^4 + 9 \cdot x^3 + 9 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 1$
16	factor(X^12-1);	$(X-1) \cdot (X+1) \cdot (X^2+1) \cdot (X^2-X+1) \cdot (X^2+X+1) \cdot (X^4-X^2+1)$
17	phi12 est le facteur qui n'apparait pas dans:	
18	factor(X^6-1);factor(X^4-1);	$((X-1) \cdot (X+1) \cdot (X^2-X+1) \cdot (X^2+X+1), (X-1) \cdot (X+1) \cdot (X^2+1))$
19	purge(a,u,v);	( No such variable a , No such variable u , No such variable v )
20	b:=a+u;c:=b+v;//on ordonne a,b,c	( a + u, a + u + v )
21	F:=a/(b+c)+b/(a+c)+c/(a+b)-3/2;	$\frac{a}{a+u+a+u+v} + \frac{a+u}{a+a+u+v} + \frac{a+u+v}{a+a+u} - \frac{3}{2}$
22	le numerateur et le denominateur n'ont que des coefficients positifs, donc F>0 pour 0<a, 0<u, 0<v	
23	numer(F);	$4 \cdot a \cdot u^2 + 4 \cdot a \cdot u \cdot v + 4 \cdot a \cdot v^2 + 2 \cdot u^3 + 3 \cdot u^2 \cdot v + 5 \cdot u \cdot v^2 + 2 \cdot v^3$
24	denom(F);	$16 \cdot a^3 + 32 \cdot a^2 \cdot u + 16 \cdot a^2 \cdot v + 20 \cdot a \cdot u^2 + 20 \cdot a \cdot u \cdot v + 4 \cdot a \cdot v^2 + 4 \cdot u^3 + 6 \cdot u^2 \cdot v + 2 \cdot u \cdot v^2$
25	complex_mode:=1;factor(P*1.1);factor(approx(P));	$4.4 \cdot (x + 0.8090169944 + 0.5877852523 \cdot i) \cdot (x + 0.8090169944 - 0.5877852523 \cdot i) \cdot (x + -0.3090169944 + 0.9510565163 \cdot i) \cdot (x + -0.3090169944 - 0.9510565163 \cdot i) \cdot (x + 0.5 + 7.80998823e-08 \cdot i) \cdot (x + 0.5 - 7.80998823e-08 \cdot i) \cdot (x + 0.4999999999 + 0.5877852523 \cdot i) \cdot (x + 0.4999999999 - 0.5877852523 \cdot i)$

26	<code>complex_mode:=0;factor(P^1.0);factor(approx(P,5));factor(P);</code>	$0, (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \cdot (2 \cdot x + 1)^2, 1e-05 \cdot \text{floor}(100000.0 \cdot (4.0 \cdot x^6 + 8.0 \cdot x^5 + 9.0 \cdot x^4 + 9.0 \cdot x^3 + 9.0 \cdot x^2 + 5.0 \cdot x + 1.0))$
27	On peut factoriser en imposant une extension algebrique avec une syntaxe comme dans maple. Mais je ne le trouve pas dans la doc (c'est rare). Exemples:	
28	<code>factor(X^12-1,sqrt(3));</code>	$(X-1) \cdot (X+1) \cdot (X^2 + ((-1) \cdot \sqrt{3}) \cdot X + 1) \cdot (X^2 + 1) \cdot (X^2 - X + 1) \cdot (X^2 + X + 1) \cdot (X^2 + \sqrt{3} \cdot X + 1)$
29	<code>factor(X^12-1,[sqrt(3),i]);</code>	$(X-1) \cdot (X+1) \cdot (X+i) \cdot (X-i) \cdot (X + \frac{-\sqrt{3}+i}{2}) \cdot (X + \frac{-\sqrt{3}+i}{2}) \cdot (X + \frac{(-i) \cdot \sqrt{3}-1}{2}) \cdot (X + \frac{(-i) \cdot \sqrt{3}+1}{2}) \cdot (X + \frac{\sqrt{3}+i}{2}) \cdot (X + \frac{\sqrt{3}+i}{2})$
30	<code>factor(X^12-1,exp(2*i*Pi/9));</code>	$(X-1) \cdot (X+1) \cdot (X^2 + 1) \cdot (X^2 - X + 1) \cdot (X^2 + X + 1) \cdot (X^4 - X^2 + 1) \cdot \exp(\frac{2 \cdot i \cdot \pi}{9})$
31	selon les versions, cFactor(...,a) est plus sur si l'on veut etre sur que i a ete utilise. (en fait ca veut plutot dire Q[i,a] factor)	
32	<code>cFactor(X^12-1,sqrt(3));//est probablement plus sur</code>	$(X-1) \cdot (X+1) \cdot (X+i) \cdot (X-i) \cdot (X + \frac{-\sqrt{3}+i}{2}) \cdot (X + \frac{-\sqrt{3}+i}{2}) \cdot (X + \frac{(-i) \cdot \sqrt{3}-1}{2}) \cdot (X + \frac{(-i) \cdot \sqrt{3}+1}{2}) \cdot (X + \frac{\sqrt{3}+i}{2}) \cdot (X + \frac{\sqrt{3}+i}{2})$
33	<code>c:=1+i*sqrt(3);</code>	$1 + i \cdot \sqrt{3}$
34	<code>a:=exp(2*i*Pi/9);</code>	$\exp(\frac{2 \cdot i \cdot \pi}{9})$
35	<code>simplify(2*a^3+2-c);// c est bien dans Q[a]</code>	$0$
36	-----EXERCICE-----	
37	<code>purge(a);</code>	$\exp(\frac{2 \cdot i \cdot \pi}{9})$
38	<code>trigexpand(cos(5*a));</code>	$16 \cdot \cos(a)^5 - 20 \cdot \cos(a)^3 + 5 \cdot \cos(a)$
39	<code>normal(int(cos(5*x)/(2+sin(x)),x=0..Pi/2));//simplify ne marche pas?</code>	$-209 \cdot \ln(2) + 209 \cdot \ln(3) + \frac{-254}{3}$
40	<code>P:=int(cos(5*x)/(2+sin(x)),x);</code>	$2 \cdot \left( \frac{209 \cdot \ln(\tan(\frac{x}{2})^2 + \tan(\frac{x}{2}) + 1)}{2} + \frac{(-209) \cdot \ln(\tan(\frac{x}{2})^2 + 1)}{2} + \frac{5225 \cdot \tan(\frac{x}{2})^8 - 2496 \cdot \tan(\frac{x}{2})^7 + 22148 \cdot \tan(\frac{x}{2})}{2} \right)$
41	La forme developpee avant l'integration est plus simple:	
42	<code>P:=int(trigexpand(cos(5*x)/(2+sin(x))),x);</code>	$4 \cdot \sin(x)^4 + \frac{(-32) \cdot \sin(x)^3}{3} + 26 \cdot \sin(x)^2 - 104 \cdot \sin(x) + 209 \cdot \ln(\sin(x) + 2)$
43	<code>simplify(diff(P,x)-cos(5*x)/(2+sin(x))); //NB: normal ne suffit pas.</code>	$0$
44	-----EXERCICE-----	
45	<code>purge(a,b,c,d,e,t);</code>	$( \text{No such variable } a, a + u, 1 + i \cdot \sqrt{3}, \text{No such variable } d, \text{purge}(\exp(1)), \text{No such variable } t )$
46	<code>P:=((1-a*t)*(1-b*t)*(1-c*t)*(1-d*t))^(1-1);</code>	$-1$

47

s:=series(P,t=0,3);

$$1 + (a + b + c + d) \cdot t + (a^2 + a \cdot b + a \cdot c + a \cdot d + b^2 + b \cdot c + b \cdot d + c^2 + c \cdot d + d^2) \cdot t^2 + (a^3 + a^2 \cdot b + a^2 \cdot c + a^2 \cdot d + a \cdot b^2 + a \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot d + a \cdot c^2 + a \cdot c \cdot d + a \cdot d^2 + b^3 + b^2 \cdot c + b^2 \cdot d + b \cdot c^2 + b \cdot c \cdot d + b \cdot d^2 + c^3 + c^2 \cdot d + c \cdot d^2 + d^3) \cdot t^3 + \dots$$

48

On constate que le coefficient de  $t^n$  est la somme de tous les monomes de degre  $n$  en les 4 variables  $a, b, c, d$ . Ces monomes sont en bijections avec les suites croissantes de  $n$  ellements de  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

49

coeff(s,t^3);

$$3 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2$$

50

Pour résoudre ce Pb on met des poids aux variables. Ex:  $a, d$  de degre 1,  $b$ : 3,  $c$ : 2, et  $f$ : 4. et l'on cherche les monomes de degres 208.

51

undef

52

P:=1/((1-a\*t)\*(1-b\*t^3)\*(1-c\*t^2)\*(1-d\*t)\*(1-f\*t^4));

$$\frac{1}{(1 - a \cdot t) \cdot (1 - b \cdot t^3) \cdot (1 - c \cdot t^2) \cdot (1 - d \cdot t) \cdot (1 - f \cdot t^4)}$$

53

s:=series(P,t=0,4);

Done

54

coeff(s,t^4); //Ex on verifie bien que f a un poids de 4

$$a^4 + a^3 \cdot d + a^2 \cdot d^2 + a^2 \cdot c + a \cdot d^3 + a \cdot d \cdot c + a \cdot b \cdot d^4 + d^2 \cdot c + d \cdot b \cdot c^2 + f$$

55

P:=1/((1-t)\*(1-t^3)\*(1-t^2)\*(1-t)\*(1-t^4));

$$\frac{1}{(1 - t) \cdot (1 - t^3) \cdot (1 - t^2) \cdot (1 - t) \cdot (1 - t^4)}$$

56

s:=series(P,t=0,208);

Done

57

coeff(s,t^208);

3605967

58

Pour calculer le coefficient de  $t^n$ , seuls les termes en  $1/(1-t^i)$  pour  $i \leq n+1$  du produit vont contribuer, on n'a donc pas besoin du produit infini pour  $n$  fixe

59

P:=n->mul(1/(1-t^j),j=1..n);

// Warning: t,j, declared as global variable(s)  
// End defining P

$$n \rightarrow \text{mul} \left( \frac{1}{1 - t^j}, j = (1 \dots n) \right)$$

60

On cherche donc le coefficient de  $t^{50}$  dans:

61

series(P(50),t,0,50);

$$1 + t + 2 \cdot t^2 + 3 \cdot t^3 + 5 \cdot t^4 + 7 \cdot t^5 + 11 \cdot t^6 + 15 \cdot t^7 + 22 \cdot t^8 + 30 \cdot t^9 + 42 \cdot t^{10} + 56 \cdot t^{11} + 77 \cdot t^{12} + 101 \cdot t^{13} + 135 \cdot t^{14} + 176 \cdot t^{15} + 227 \cdot t^{16} + 292 \cdot t^{17} + 375 \cdot t^{18} + 480 \cdot t^{19} + 627 \cdot t^{20} + 792 \cdot t^{21} + 1002 \cdot t^{22} + 1255 \cdot t^{23} + 1575 \cdot t^{24} + 1958 \cdot t^{25} + 2436 \cdot t^{26} + 3010 \cdot t^{27} + 3718 \cdot t^{28} + 4607 \cdot t^{29} + 5740 \cdot t^{30} + 7143 \cdot t^{31} + 8849 \cdot t^{32} + 10913 \cdot t^{33} + 13310 \cdot t^{34} + 16083 \cdot t^{35} + 19277 \cdot t^{36} + 22937 \cdot t^{37} + 27115 \cdot t^{38} + 31855 \cdot t^{39} + 37314 \cdot t^{40} + 43661 \cdot t^{41} + 50955 \cdot t^{42} + 59261 \cdot t^{43} + 68643 \cdot t^{44} + 79175 \cdot t^{45} + 90934 \cdot t^{46} + 103988 \cdot t^{47} + 118415 \cdot t^{48} + 134295 \cdot t^{49} + 151707 \cdot t^{50} + \dots$$

62

coeff(series(P(50),t,0,50),t^50);

151707

```
63 l:=normal((a+b+c+d)^8);
```

a	8	a	7	b	8	a	7	c	8	a	7	d	28	a	6	b	2	56	a	6	b	c	56	a	6	b	d	28	a	6	c	2	56	a	6	c	d	28	a	6	d	2	56		
168	a	5	b	2	d	168	a	5	b	c	2	336	a	5	b	c	d	168	a	5	b	d	2	56	a	5	c	3	168	a	5	c	2	d	168	a	5	c	d	2	56				
280	a	4	b	3	c	280	a	4	b	3	d	420	a	4	b	2	c	2	840	a	4	b	2	c	d	420	a	4	b	2	d	2	280	a	4	b	c	3	840	a	4	b	c		
280	a	4	b	d	3	70	a	4	c	4	280	a	4	c	3	d	420	a	4	c	2	d	2	280	a	4	c	d	3	70	a	4	d	4	56	a	3	b	5	280	a	3	b	d	
560	a	3	b	3	c	2	1120	a	3	b	3	c	d	560	a	3	b	3	d	2	560	a	3	b	2	c	3	1680	a	3	b	2	c	2	d	1680	a	3	b	2	c	d	2		
1120	a	3	b	c	3	d	1680	a	3	b	c	2	d	2	1120	a	3	b	c	d	3	280	a	3	b	d	4	56	a	3	c	5	280	a	3	c	4	d	560	a	3	c	d		
280	a	3	c	d	4	56	a	3	d	5	28	a	2	b	6	168	a	2	b	5	c	168	a	2	b	5	d	420	a	2	b	4	c	2	840	a	2	b	4	c	d	420			
1680	a	2	b	3	c	2	d	1680	a	2	b	3	c	d	2	560	a	2	b	3	d	3	420	a	2	b	2	c	4	1680	a	2	b	2	c	3	d	2520	a	2	b	2	c	2	
420	a	2	b	2	d	4	168	a	2	b	c	5	840	a	2	b	c	4	d	1680	a	2	b	c	3	d	2	1680	a	2	b	c	2	d	3	840	a	2	b	c	d	4	1		
168	a	2	c	5	d	420	a	2	c	4	d	2	560	a	2	c	3	d	3	420	a	2	c	2	d	4	168	a	2	c	d	5	28	a	2	d	6	8	a	b	7	56	a	b	d
168	a	b	5	c	2	336	a	b	5	c	d	168	a	b	5	c	d	2	280	a	b	4	c	3	840	a	b	4	c	2	d	840	a	b	4	c	d	2	840	a	b	4	c	d	
1120	a	b	3	c	3	d	1680	a	b	3	c	2	d	2	1120	a	b	3	c	d	3	280	a	b	3	c	d	4	168	a	b	2	c	5	840	a	b	2	c	4	d	16			
1680	a	b	2	c	2	d	840	a	b	2	c	d	4	168	a	b	2	c	d	5	56	a	b	2	d	336	a	b	c	3	d	840	a	b	b	c	d	2	1120	a	b	c	d		
336	a	b	c	5	d	56	a	b	d	6	8	a	c	6	56	a	c	d	6	168	a	c	d	2	280	a	c	d	3	280	a	c	d	4	168	a	c	d	5	3					
8	b	7	c	8	b	7	d	28	b	6	c	56	b	6	c	d	28	b	5	b	6	c	d	56	b	5	b	c	168	b	5	b	c	d	168	b	5	b	c	d	56	b	5	d	3
420	b	4	c	5	d	280	b	4	c	4	d	70	b	4	c	3	d	56	b	4	c	2	3	280																					

```
64 coeff(l,[a,b,c,d],[3,2,1,2]);
```

1680

```
65 binomial(8,3)*binomial(5,2)*binomial(3,1);
```

1680

66 -----Exercice---tri denombrement-----

```
67 k:=50;n:=100;
```

( 50 , 100 )

```
68 A:=[seq(rand(k+1),j=1..n)];
```

[26, 46, 14, 45, 25, 50, 40, 36, 3, 44, 14, 31, 29, 38, 49, 13, 29, 50, 13, 11, 21, 30, 35, 11, 33, 47,

```
69 classes([2.5,2.5,5,6],0,1); //commence `a la premiere classe non vide et non a 0
```

	2.0 .. 3.0 , 2	
	3.0 .. 4.0 , 0	
	4.0 .. 5.0 , 0	
	5.0 .. 6.0 , 1	
	6.0 .. 7.0 , 1	

```
70 classes([2.5,2.5,5,6],[seq(j..j+1,j=0..7)]); //permet d'imposer les intervalles voulus
```

	0 .. 1, 0	
	1 .. 2, 0	
	2 .. 3, 2	
	3 .. 4, 0	
	4 .. 5, 0	
	5 .. 6, 1	
	6 .. 7, 1	
	7 .. 8, 0	

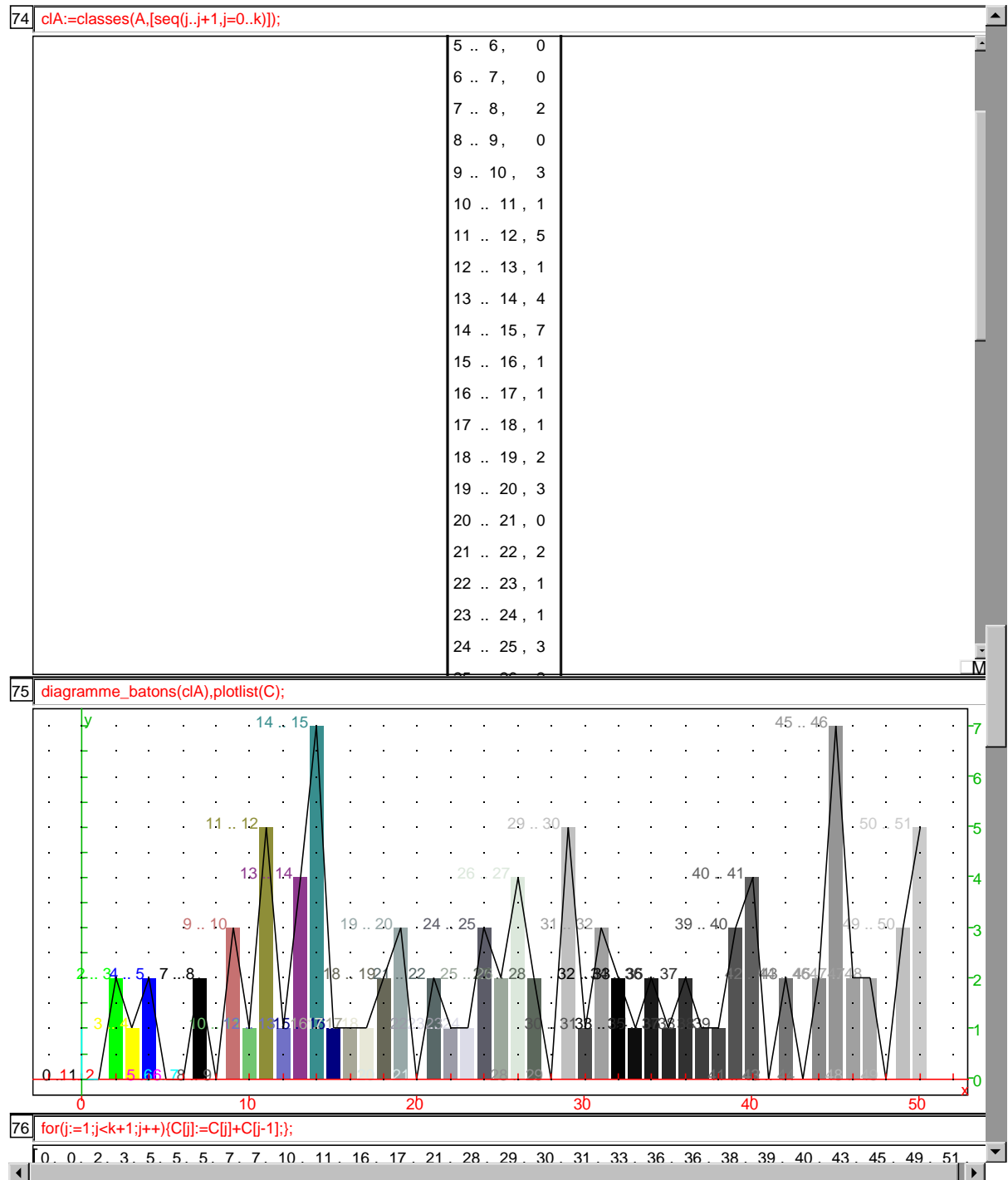
71 rand(k+1) donne un entier de  $[0, k+1[$  on a donc bien  $k+1$  valeurs possibles.

```
72 C:=[0$(k+1)];
```

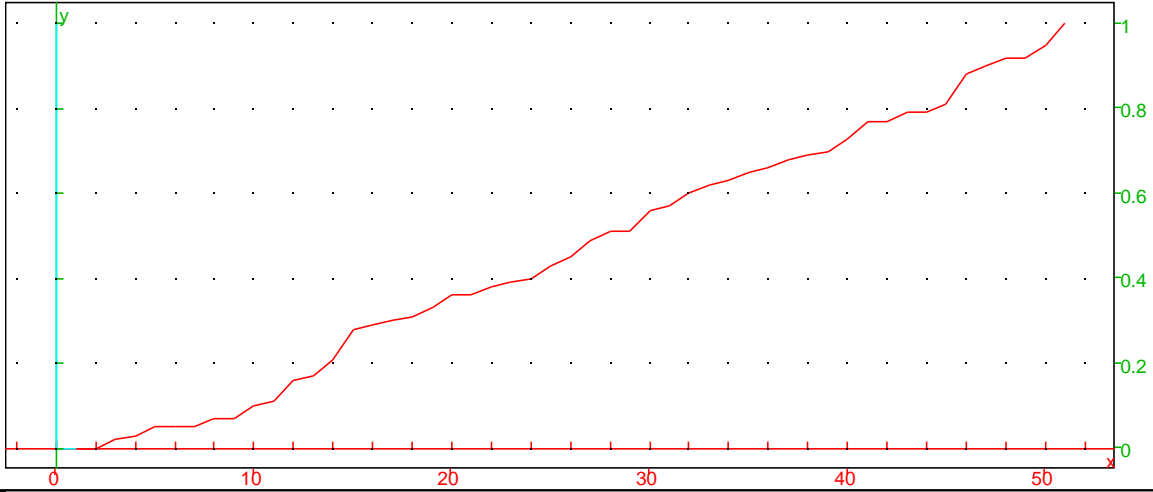
[illegible]

```
73 for(j:=0;j<n;j++){C[A[j]]:=C[A[j]]+1;;}
```

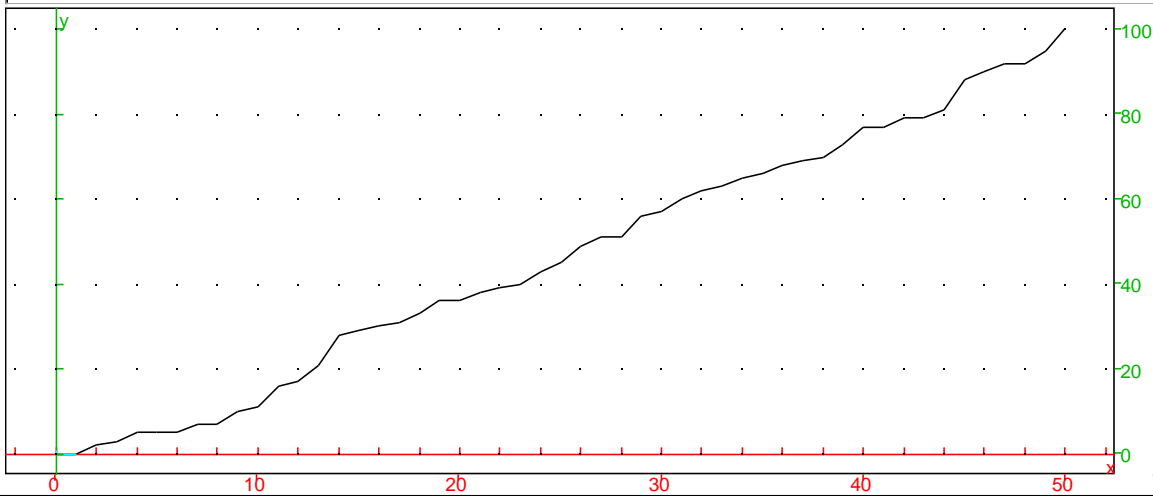
0. 0. 2. 1. 2. 0. 0. 2. 0. 3. 1. 5. 1. 4. 7. 1. 1. 1. 2. 3. 0. 2. 1. 1. 3. 2. 4. 2. 0. 5. 1. 3. 2. 1. 2. 1.



```
77 cumulated_frequencies(clA);//c'est ramene a 1
```



```
78 plotlist(C);
```



```
79 B:=[NULL$n];
```

[illegible]

```
80 for(j:=n-1;j>=0;j--){B[C[A[j]]-1]:=A[j];C[A[j]]:=C[A[j]]-1};
```

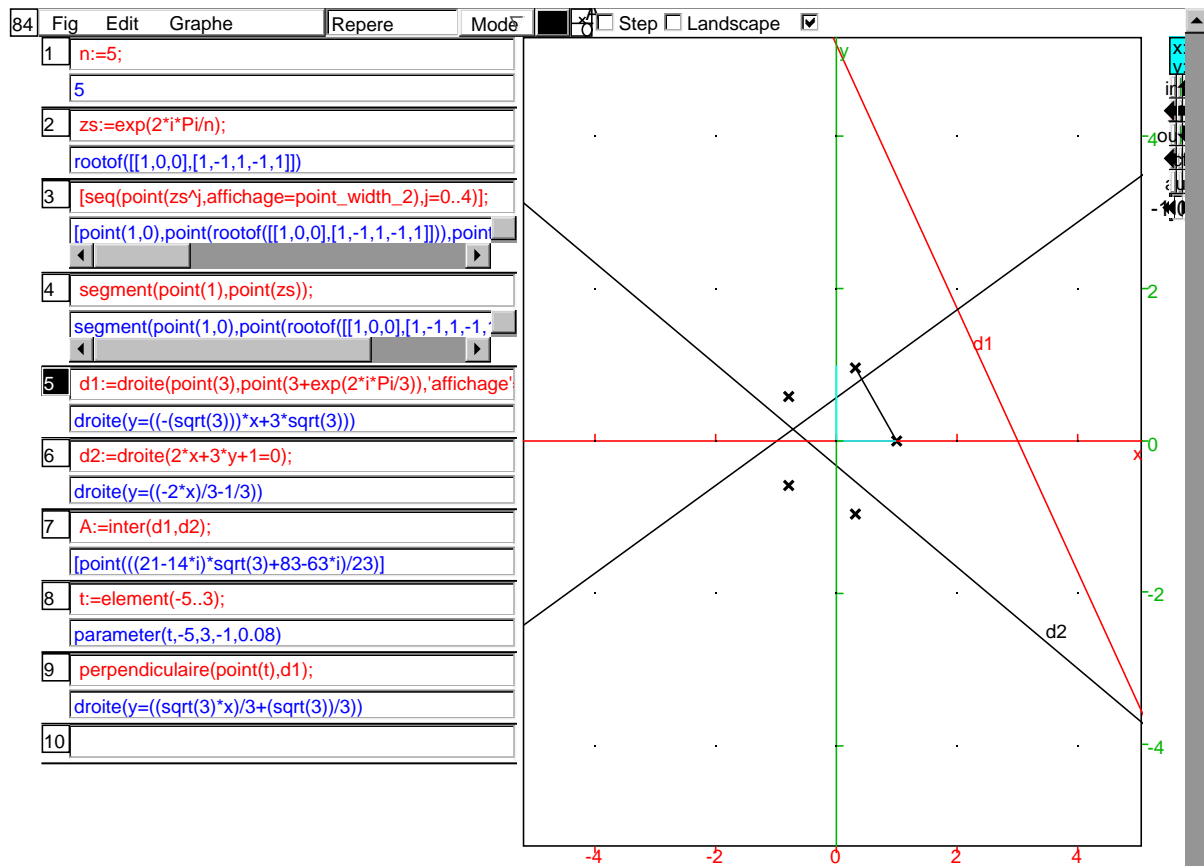
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 5 | 5 | 5 | 5 | 7 | 7 | 10 | 11 | 16 | 17 | 21 | 28 | 29 | 30 | 31 | 33 | 36 | 36 | 38 | 39 | 40 | 43 | 45 | 49 | 51 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

|    |                  |
|----|------------------|
| 81 | B;/la liste trie |
|----|------------------|

[ 2, 2, 3, 4, 4, 7, 7, 9, 9, 9, 10, 11, 11, 11, 11, 11, 12, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 15

82 -----EXERCICE-----

83 Pour supprimer/modifier, il suffit de supprimer/editer la ligne correspondante

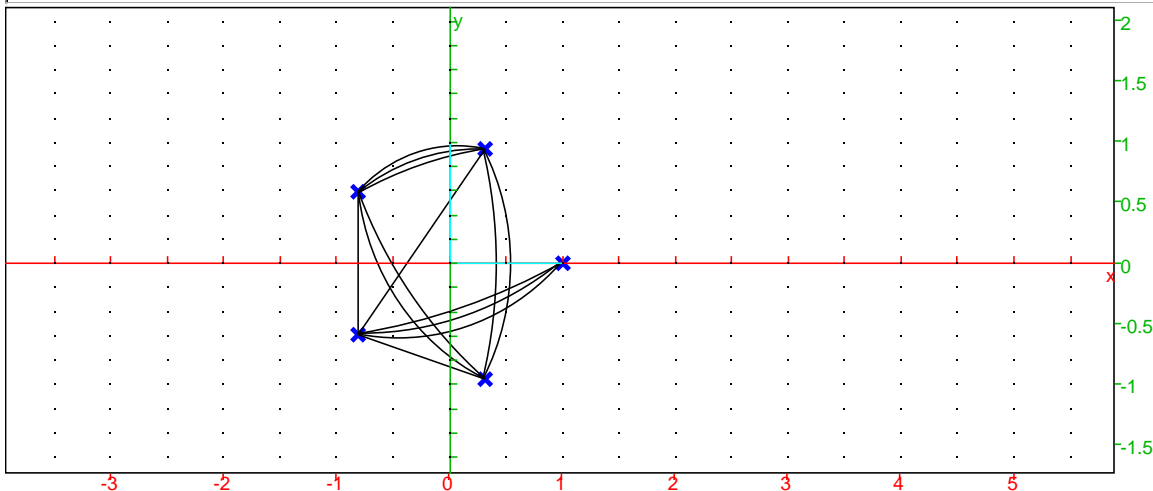


```

85 n:=5;
  5
86 a:=exp(2*i*Pi/n);
  rootof([1, 0, 0 ], [1, -1, 1, -1, 1 ])
87 S:=seq(point(a^j,affichage=point_width_3,couleur=blue),j=1..n);
  Done
88 Un cercle passe par 3 sommets ssi il coincide avec le cercle
  unite. Donc si l'angle au centre n'est pas multiple de (2lPi/n) c'est bon.
89 f:=(ii,j,k)->if k=1 then segment(a^ii,a^j) else seq(arc(a^ii,a^j,l/k),l=1..k) fi;
  // Warning: a,l, declared as global variable(s)
  // End defining f
  if ((k==1)) {
    segment(a^ii,a^j);
  }
  else {
    seq(arc(a^ii,a^j,l/k),l=(1 .. k));
  }
  ( ii, j, k )>> ;
90 G:=[[1,3,1],[1,2,3],[2,4,2],[2,3,1],[3,5,3],[3,4,1],[4,1,2]];
  Done

```

91 S:=seq(ff(op(l)),l=G); //op pour enlever les crochets



92 -----EXERCICE-----

93 Strategie: On cherche le centre o d'une homothetie transformant C1 en C2, en suite on recupere le point de contact en exprimant qu'il est le sommet d'un triangle rectangle de base [oO2]. Attention, inter rend un objet de type groupe de points, meme s'il y a unicite, pour choisir un point dans l'intersection on utilise inter\_unique

94 Fig Edit Graphe Repere Mode ☒ Step ☐ Landscape ☒

```

1 O1:=point(-2);O2:=point(2);r1:=1;
  pnt(pnt(-2,0,"O1"),pnt(pnt(2,0,"O2")),1
2 r2:=element(1.2 .. 5,2.432,0.038)
  parameter(r2,1.2,5,2.432,0.038)
3 C1:=cercle(O1,r1);
  cercle(point(-2,0),1)
4 C2:=cercle(O2,r2);
  cercle(point(2,0),2.432)
5 m:=point(O1+i);droite(O1,m,affichage=dot_line);//un
  [point(-2,1),droite(x=-2)]
6 dm:=parallele(O2,droite(O1,m),affichage=dot_line);
  droite(x=2)
7 n:=inter_unique(dm,C2);
  point(2,0,2.432)
8 droite(m,n);o:=inter_unique(droite(m,n),droite(O1,O
  [droite(y=(0.358*x+1.716)),point(-4.793296089,0)
9 C:=cercle(O2,o,affichage=dot_line);t2:=inter_unique
  [cercle(point(-1.396648045,0),3.396648045),point
10 T:=droite(o,t2,affichage=(rouge+line_width_2));
  droite(y=(-0.383411935*x-1.837806929))
11

```

