1 restart:maple_mode(0):cas_setup(0,0,0,1,0,1e-10,25,[1,50,0,25]

// Warning: some commands like subs might change arguments order

M

2
```
fib1(n):={
  local u1,u2;
  u1:=0;u2:=1;
  while(n>0){
      tmp:=u2;
      u2:=u2+u1;u1:=tmp;
      n:=n-1;
  }
  u1;// ou bien: return u1; il retournera de toute facon l'objet
};
```

fib1
tmp, déclarée(s) comme variable(s) globale(s) lors de la compilation fib1

```
(n)->
{ local u1,u2;
  u1:=0;
  u2:=1;
  while(n>0){
    tmp:=u2;
    u2:=u2+u1;
    u1:=tmp;
   n:=n-1;
  };; ;
 u1;
}
```

M

3

4 Prog Edit Ajou 1 nxtFonctio Test Boucle OK Save

```
fonction fib2(n)
   si n ==0 alors
      retourne 0;
   fsi
   si n==1 alors
      retourne 1;
   sinon
      retourne fib2(n-1)+fib2(n-2);
   fsi
ffonction;
```

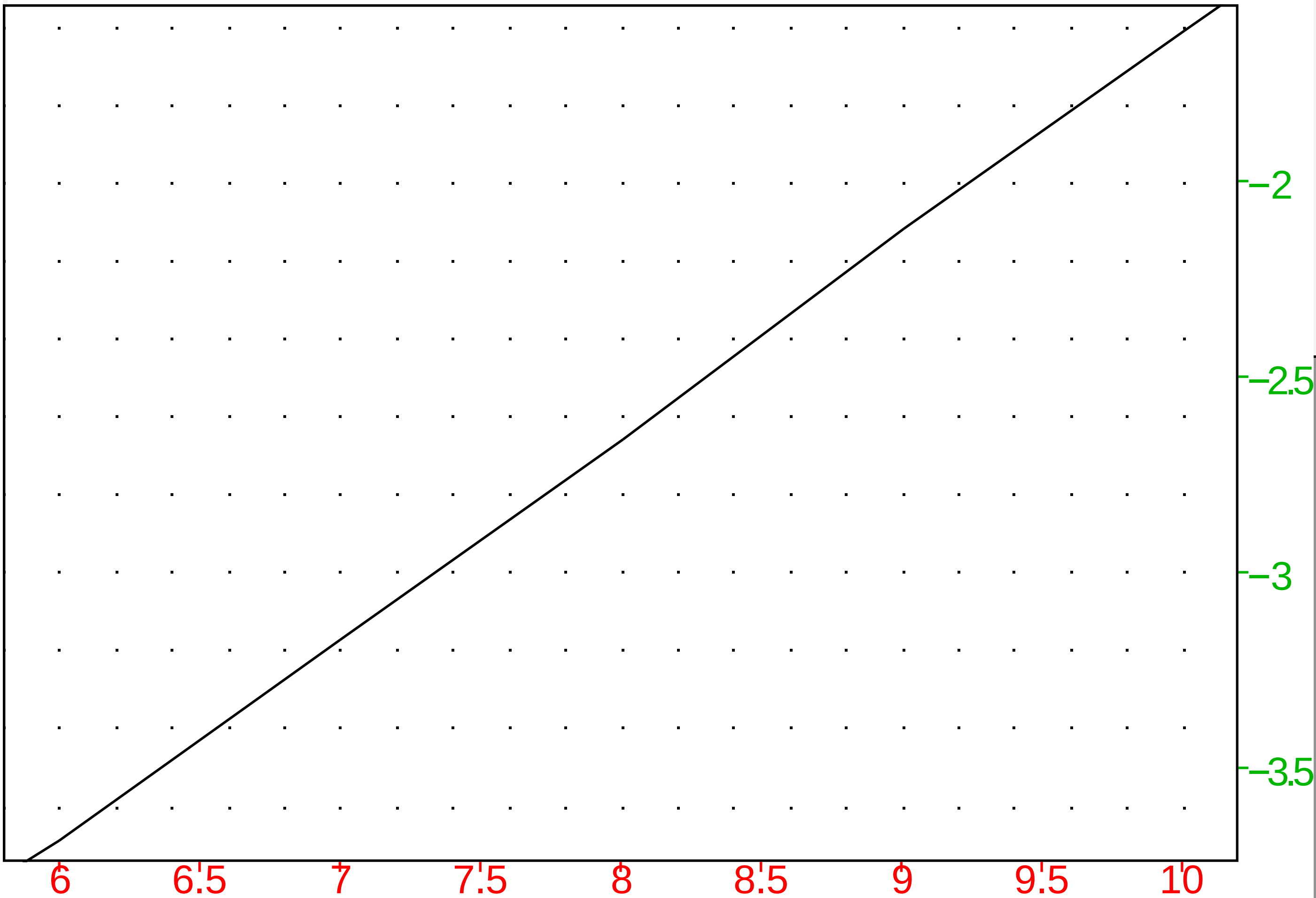
```
(n)->
si n=0 alors return(0) sinon 0
```

5
```
fib1(13);fib1(1000);
```
(233, 434665576869374564356885276750406258025646605173717 80

6
```
fib2(13);
```
233

7
```
l:=seq(time(fib2(k))[0],k=10..26); // sous linux la fonction ti
```
Temps mis pour l'évaluation: 11.44

[0.0012, 0.0022, 0.0034, 0.0055, 0.01, 0.016, 0.025, 0.042, 0.07

8
```
plotlist(seq(log(j),j=l));//On prend une echelle logarithmique
```


9
```
rsolve(u(n+1)=u(n)+u(n-1),u(n),u(0)=0,u(1)=1); // la valeur the
```
$$\left[\frac{\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}-\frac{\left(\frac{-(\sqrt{5})+1}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}\right]$$

10
```
seqsolve(x+y,[x,y,n],[0,1]);//idem
```
$$\frac{4*(\sqrt{5})*\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^n-4*(\sqrt{5})*\left(\frac{-(\sqrt{5})+1}{2}\right)^n}{20}$$

11 `A:=[[0,1],[1,1]];matpow(A,n);`

$$\left([[0,1],[1,1]],\ \left[\begin{array}{ll} 2*(\sqrt{5}-1)*\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{n}*\frac{\frac{1}{4}}{\sqrt{5}} & -(\sqrt{5}-1)*(-(\sqrt{5})-1)*\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right. \\ -2*(-(\sqrt{5})-1)*\left(\frac{-(\sqrt{5})+1}{2}\right)^{n}*\frac{\frac{1}{4}}{\sqrt{5}}, & -(-(\sqrt{5})+1)*(-(\sqrt{5})-1)*\left(\frac{-(\sqrt{5}\ldots}{}\right. \\ 4*\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{n}*\frac{\frac{1}{4}}{\sqrt{5}} & -2*(-(\sqrt{5})+1)*\left(\frac{-(\sqrt{5})+1}{2}\right)^{n} \\ -4*\left(\frac{-(\sqrt{5})+1}{2}\right)^{n}*\frac{\frac{1}{4}}{\sqrt{5}}, & -2*(-(\sqrt{5})-1)*\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{n}*\ldots \end{array}\right]\right.$$

12 `time(rep:=A^(10**5)*[0,1]);rep;`

([0.0010, 0.00120021341], [Integer_too_large_for_display, Integer_too ...

13 `time(rep:=fib1(10**5));rep;`

Temps mis pour l'évaluation: 0.57

([0.57, 0.572232675], Integer_too_large_for_display)

14 ——————— Exercice ———————

15 `g:=(x^15+x^2+x+1) % 3;`

$$1\,\%\,3+x^{15}*1+x^{2}*1+x*1$$

16 `degree(gcd(g,(x^3-x) % 3)); // 1 racine dans F3`

$$1$$

17 Si le pgcd(g,g') vaut 1 alors g n'a pas de racines multiples, mais en caracteristique finie, la reciproque est fausse.

18 `gcd(diff(g,x),g);//pas de racines multiples`

$$1\,\%\,3$$

19 `degree(gcd(g,(x^9-x) % 3));//3= nombre de racines dans F9`

$$3$$

20 `degree(gcd(g,(x^(3^3)-x) % 3));//1=nombre de racines dans F27`

1

21 `d0:=gcd(g,(x^3-x) % 3);g0:=quo(g,d0);`

$1\,\%\,3+x*0\,\%\,3+x^{14}*1+x^{13}*(-1)+x^{12}*1+x^{11}*(-1)+x^{1}$ …

22 `d1:=gcd(g0,(x^9-x) % 3);g1:=quo(g0,d1);`

$1\,\%\,3+x*0\,\%\,3+x^{2}*0\,\%\,3+x^{4}*1+x^{5}*0\,\%\,3+x^{6}*0\,\%\,3$ …

23 on a deja vu qu'il n'y avait pas de nouvelles racines dans F27

24 `degree(gcd(g1,(x^(3^4)-x) % 3)); //test F(3^4) -> pas de facteur`

0

25 `d2:=gcd(g1,(x^(3^5)-x) % 3); //test F(3^5) on trouve donc un fac`

$1\,\%\,3+x^{5}*1+x^{2}*(-1)+x*1$

26 `g2:=quo(g1,d2);`

$1\,\%\,3+x^{4}*1+x^{5}*0\,\%\,3+x^{7}*1+x^{6}*(-1)+x^{3}*(-1)+x^{2}*(-1)+x*(-1)$

27 c'est donc inutile de chercher des facteurs irred de degre 6 car g2 est de
De plus il est aussi sans facteurs irreductibles de degre 2 ni 3 puisqu'on le
a retires aux etapes precedentes, il est donc irreductible sur F3.

28 `d0,d1,d2,g2;`

29 `factor(g); //verification`

$(1\,\%\,3*x+1\,\%\,3)*(1\,\%\,3*x^{2}+1\,\%\,3)*(1\,\%\,3*x^{5}+-1\,\%\,3*x^{2}+1\,\%\,3*x+$ …

30 ~~Exercice~~

31 On calcule x^(3**10) dans F3[x]/(x^5-x^2+x+1) et on trouve x. Donc x^(3
est divisible dans F3[x] par x^5-x^2+x+1

32 `powmod(x,3**10,3,x^5-x^2+x+1,x);`

x

33 `P:=(x^4+rand(101)*x+rand(101)) % 101;`

34 factor(P);

(1 % 101*x ... 33 % 101)*(1 % 101*x ... 43 % 101)*(1 % 101*x^2 ... 21 %

M

35 P:=(1 % 101)*x^4+(5 % 101)*x-19 % 101;

$-19 \% 101 + x*5 \% 101 + x^4 *1$

M

36 K possede 101^4 elements, et le nombre de carres non nuls est (101^4-1
puisque chaque carre a exactement 2 racines carrees. Comme l'ensembl
carres non nuls est un groupe multiplicatif, tout carre a verifie:
a^((101^4-1)/2)=1. et dans un corps, x^((101^4-1)/2)-1 ne peut pas avoi
de racines que son degre, on caracterise donc les carres non nuls de K pa
a^((101^4-1)/2)=1 et donc tous les carres par a^((101^4+1)/2)=a que l