

## Une introduction à l'analyse semi-classique

Frédéric KLOPP

### Présentation

Ce cours se veut une introduction à l'analyse semi-classique des équations aux dérivées partielles. On se concentrera sur le cas de l'équation de Schrödinger.

L'analyse semi-classique peut être définie comme l'analyse d'équations aux dérivées partielles dépendant d'un petit paramètre. Son origine se trouve dans l'analyse de l'équation de Schrödinger issue de la mécanique quantique

$$ih \frac{\partial}{\partial t} u = -h^2 \Delta u + Vu, \quad u|_{t=0} = u_0$$

ou de l'équation aux valeurs propres associée

$$-h^2 \Delta u + Vu, \quad u|_{t=0} = Eu.$$

On cherche à décrire le comportement des solutions de ces équations dans la limite  $h \rightarrow 0^+$ . En particulier, on cherche à mettre en évidence les relations entre le comportement des solutions de ces équations et celui du système dynamique classique associé défini par le hamiltonien  $H(x, \xi) = \xi^2 + V(x)$ .

### Contenu

- Géométrie symplectique locale,
- Construction de solutions approchées : la méthode WKB.
- Opérateurs auto-adjoints.
- La transformée de Fourier et la méthode de la phase stationnaire.
- Opérateurs  $h$ -pseudo-différentiels et quantification.
- Valeurs propres et vecteurs propres dans la limite semi-classique.

### Prérequis

Une bonne connaissance de l'analyse réelle, de théorie des distributions et de l'analyse fonctionnelle de master 1 est requise.

### Bibliographie

- M. DIMASSI ET J. SJÖSTRAND. Spectral asymptotics in the semi-classical limit. *London Mathematical Society Lecture Note Series, no 268. Cambridge University Press, 1999.*
- BERNARD HELFFER. Semi-classical analysis for the Schroedinger operator and applications. *Lecture Notes in Mathematics, no 1336. Springer-Verlag, Berlin, 1988.*
- ANDRÉ MARTINEZ. n introduction to semiclassical and microlocal analysis. *Universitext. Springer-Verlag, New York, 2002.*
- MACIEJ ZWORSKI. Semi-classical analysis. *Graduate Studies in Mathematics, Volume 138. AMS 2012*

Contact : [klopp@math.jussieu.fr](mailto:klopp@math.jussieu.fr)

Page www : <http://www.math.jussieu.fr/~klopp/enseignement.html>