

FEUILLE N° 9
STATISTIQUES INFÉRENTIELLES

Exercice 1

Les polygraphes, qui sont utilisés dans les enquêtes criminelles, sont supposés indiquer si une personne ment ou dit la vérité. Cependant, cette méthode n'est pas infaillible, comme illustré par l'exemple suivant. On dispose d'un échantillon de 280 suspects dont 140 sont innocents et 140 sont coupables. On demande à un examinateur expérimenté de juger si les suspects sont innocents ou coupables. Les résultats sont reportés dans le tableau suivant

		Statut réel du suspect	
		Innocent	Coupable
Jugement de l'examinateur	Innocenté	131	15
	Condamné	9	125

Estimer les probabilités de l'erreur de première espèce et de l'erreur de deuxième espèce.

Exercice 2

On reprend l'exercice 6 de la feuille n° 8. Calculer l'erreur de deuxième espèce si la vraie valeur de μ est 1.

Exercice 3

On génère un nombre x uniformément sur $[0, \theta]$. On teste $H_0: \theta = 2$ contre $H_1: \theta \neq 2$ et on rejette H_0 si $x \leq 0.1$ ou $x \geq 1.9$.

1. Calculer la probabilité de l'erreur de première espèce.
2. Calculer la probabilité de l'erreur de deuxième espèce si la vraie valeur de θ est 2.5.

Exercice 4

Pour étudier le fait que les chances d'un cheval de gagner une course de huit chevaux sur une piste circulaire sont déterminées par sa position sur la ligne de départ, on a enregistré la position de départ des 144 gagnants. Il se trouve que 29 des gagnants ont démarré en position 1. On modélise le nombre de gagnants démarrant en position 1 par une variable aléatoire T de loi binomiale de paramètres 144 et p . On teste l'hypothèse $H_0: p = 1/8$ contre $H_1: p > 1/8$ au niveau $\alpha = 0.01$ avec T comme statistique de test.

En utilisant une approximation par la loi normale, trouver une région de rejet au niveau $\alpha = 0.01$, et conclure.

Exercice 5

La législation en vigueur impose aux aéroports certaines normes concernant les bruits émis par les avions au décollage et à l'atterrissage. Ainsi, pour les zones habitées proches d'un aéroport, la limite tolérée se situe à 80 décibels. A partir de cette limite, l'aéroport doit indemniser les riverains. Les habitants d'un village voisin assurent que le bruit au-dessus d'une certaine partie de leur village atteint la valeur limite de 80 décibels. L'aéroport affirme qu'elle est de 78 décibels. Afin de trancher entre les deux parties, on mesure l'intensité du bruit provoqué par le passage de 100 avions. On admet que l'intensité du bruit causé par un avion suit une loi normale de moyenne m décibels et de variance 49 et que les intensités du bruit causé par différents avions sont indépendantes entre elles.

1. On choisit $H_0: m = 80$ et $H_1: m = 78$.

- (a) Quelle est l'interprétation des erreurs de première et de deuxième espèces ?
 - (b) Déterminer la règle de décision pour un test de niveau $\alpha = 0.05$. Que décide-t-on si le bruit moyen émis par les 100 avions est de 79.1 ?
 - (c) Calculer l'erreur de deuxième espèce.
2. En prenant $H_0: m = 78$ et $H_1: m = 80$, reprendre les questions précédentes.
 3. Comparer les décisions prises en 1) et 2).