

## Invariants quantiques en dimension trois

Gregor MASBAUM

L'objectif du cours est une introduction à la théorie des invariants quantiques de noeuds et de variétés de dimension trois. On étudiera notamment en détail les invariants  $sl_2$  via la théorie *skein* du crochet de KAUFFMAN.

### Programme :

1. Invariants quantiques de noeuds : Théorème de REIDEMEISTER, crochet de KAUFFMAN, polynôme de JONES, polynôme HOMFLY-PT, extension aux graphes coloriés.
2. Lien avec les groupes quantiques : Catégorie enrubannée, R-matrices, représentations des groupes de tresses, invariants d'enchevêtrements à partir d'une algèbre de Hopf "ribbon", dualité Schur-Weyl quantique.
3. Invariants quantiques de 3-variétés : Présentation de 3-variétés par chirurgie, calcul de KIRBY, invariants  $sl_2$  de RESHETIKHIN-TURAEV à partir du crochet de KAUFFMAN.
4. Théorie quantique des champs topologique (TQFT) : construction [BHMV] de la théorie  $sl_2$
5. Généralisations : TQFT et catégories modulaires, invariants  $sl_N$
6. TQFT entière

On tâchera également d'expliquer quelques liens avec les approches venant de la physique et la géométrie.

### Connaissances requises :

Connaissances de base d'algèbre et de topologie. Il est recommandé d'avoir suivi le cours de topologie algébrique du premier semestre.

### Bibliographie :

- [1] C. BLANCHET, N. HABEGGER, G. MASBAUM, P. VOGEL. Topological Quantum Field Theories derived from the Kauffman bracket, *Topology* **34** (1995), 883-927.
- [2] P. GILMER, G. MASBAUM. Integral lattices in TQFT. arXiv \:math.QA/0411029
- [3] C. KASSEL. *Quantum Groups*. Grad. Texts in Math. 155, Springer Verlag (1995).
- [4] T. OHTSUKI. *Quantum invariants, - A study of knots, 3-manifolds, and their sets*. Series on Knots and Everything, 29. World Scientific Publishing Co., Inc., 2002.
- [5] J. D. ROBERTS. *Knots Knots*. Unpublished lecture notes, available at <http://math.ucsd.edu/~textasciitilde justin/papers.html>
- [6] V. G. TURAEV. *Quantum Invariants of Knots and 3-Manifolds*. de Gruyter (1994)
- [7] E. WITTEN. Quantum field theory and the Jones polynomial, *Comm. Math. Phys.* **121** (1989) 351-399.