Programme de mathématiques
Licence de Physique
Années L1 et L2

Concernant le contrat 2014-2018

L'objectif général est de donner un sens aux calculs couramment utilisés en Physique.
- On pourra admettre des résultats dont la démonstration ne sera faite en détail que dans certains cas particuliers.
- Concernant la théorie du déterminant notamment, on s'intéressera aux cas des dimensions 2 et 3, pour admettre la plupart des résultats valables en dimension quelconque.
- L'horaire important en CM devra permettre de donner des cours vivants, incluant éventuellement la correction d'exercices en cours.

1 S1 (9 ECTS)

Voir le module commun.

2 S2 (9 ECTS ; 3 heures CM + 4.5 heures TD)

2.1 Algèbre linéaire

- Espaces vectoriels ; sous-espaces vectoriel ; bases ; dimension.
- Applications linéaires. Rang et noyau.
- Matrices ; calcul matriciel, matrice inversible. Lien avec la résolution de systèmes linéaires.
- Matrice d'une application linéaire ; changement de base.
- Déterminant en dimension 2 et 3 ; produit scalaire canonique et produit vectoriel.

2.2 Analyse

- Inégalité des accroissements finis.
- Suites
- Intégrale sur un segment. Intégrale de fractions rationnelles.

– Développement limités
– Équations différentielles linéaires : $y'(x) = a(x)y(x) + b(x)$.

3 S3 (6 ECTS ; 3 heures cours + 3 heures TD)

3.1 Algèbre linéaire

– Valeurs propres et vecteurs propres
– Polynôme caractéristique. *Remarque : on admettra l'existence du déterminant en dimension n, par extension des cas $n = 2$ et $n = 3$ vus en S2.*
– Diagonalisation et trigonalisation des applications linéaires.
– Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants.

3.2 Analyse

– Séries numériques et intégrales impropres.
– Notion de série de fonctions, convergence normale. Intégration et dérivation sous le signe $\sum$.
– Séries entières : rayon de convergence, dérivation et intégration terme à terme, développement en série entière.
– Intégrales multiples. Changement de variable.

4 S4 (6 ECTS ; 3 heures cours + 3 heures TD)

4.1 Espaces euclidiens et hilbertiens

– Espaces euclidiens. Projection orthogonale. Exemples d'isométries en dimensions 2 et 3. Coniques.
– Espaces hilbertiens. Exemple : $\ell^2(\mathbb{Z})$. Cas de l'espace des fonctions continues et 2π-périodiques à valeurs complexes, muni de $\langle f, g\rangle = \int_0^{2\pi} f(x)\overline{g(x)}\,dx$.
– Développement en série de Fourier d'une fonction périodique C^1 par morceaux. *On ne traitera en détail que les cas suffisement réguliers, par exemple le cas de la convergence normale de la série de Fourier.* Identité de Parseval : isométrie de $C([0, 2\pi], \mathbb{C})$ dans $\ell^2(\mathbb{Z})$.

4.2 Analyse

– Fonctions de deux ou trois variables : extréma locaux.
– Intégrales à paramètre.
– Courbes paramétrées planes. Longueur. Paramétrisation normale. Formules de Frénet.
– Formes différentielles de degré 1 à deux variables ; condition d'intégrabilité d'une telle forme différentielle. Intégrale curviligne.

Programme rédigé par S. Abbes et F. Liret