

Programme du cours MP4 par séance

- Séance 1.** Rappels sur les notions de base d'analyse et d'algèbre : relation d'équivalence, espace vectoriel, sous-espace, espace quotient, famille libre, famille génératrice, base, dimension, forme linéaire, espace dual, base duale ; relation d'ordre, majorant, minorant, borne supérieure, borne inférieure, valeur maximale, valeur minimale, \liminf , \limsup , \lim . Je donnerai les définitions et les résultats sans démonstration.
- Séance 2.** Formes bilinéaires : définition ; formes bilinéaires symétrique, positive, négative, définie ; espace des formes bilinéaires ; produit scalaire, exemples, norme associée à un produit scalaire ; représentation de Riesz ; Inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Séance 3.** Formes quadratiques, isotropie, dégénérescence, classification, coniques.
- Séance 4.** Orthogonalité : Gram-Schmidt ; endomorphismes auto-adjoints ; diagonalisation d'un endomorphisme auto-adjoint, groupe orthogonal.
- Séance 5.** Fonctions continues sur une partie d'un espace euclidien : ouverts et fermés, convergence d'une suite dans un espace euclidien, théorème de Bolzano-Weierstrass, continuité d'une fonction à valeurs réelles, continuité d'une application dans un espace euclidien,
- Séance 6.** Dérivées partielles et différentielle : dérivé directionnelle, différentielle, critère de différentiabilité, exemples et contre-exemples, gradient, graphe d'une fonction implicite dans \mathbb{R}^3 , plan tangent.
- Séance 7.** Différentiabilité d'une application, jacobienne, fonctions deux fois différentiables, hessienne, étude locale d'une fonction de plusieurs variables, convexité et extréma.
- Séance 8.** Espace préhilbertien complexe : produit scalaire sur un espace vectoriel complexe, complétude, inégalité et égalité de Parseval, intégrale de Riemann sur \mathbb{R} , espace L^1 et L^2 .
- Séance 9.** Séries de Fourier : suite et série de fonction (rappel), convergences simple, uniforme, normale et dans L^2 ; série de Fourier d'une fonction intégrable, convergence de série de Fourier.
- Séance 10.** Intégrale à paramètre, intégrale double, théorèmes de convergence dominée et théorème de Fubini (sans démonstration).
- Séance 11.** Courbes paramétrées : définition, régularité, changement de paramétrisation, longueur, paramétrisation par longueur, courbure, formules de Frenet.
- Séance 12.** Formes différentielles : formes différentielles d'ordre 1, formes fermées, formes exactes, intégrale curviligne, théorème de Green, premier groupe de cohomologie de de Rham.