

TD 1 : Architecture des Ordinateurs, Les Nombres

Première année d'IUT Informatique

1 Les ordres de grandeurs

1. Calculer la place mémoire occupée par une image en 256 niveaux de gris de 1024×1024 pixels.
2. Même question pour une image couleur RGB (rouge,vert,bleu) de même taille, où chaque composante est sur 256 niveaux.
3. Sachant qu'un film se compose de 25 images par secondes. Quelle est la taille en octets d'un film d'une heure ? Dans un DVD commercial la partie film proprement dite fait environ 5Go. Quelle est le taux de compression ?
4. Supposons qu'un livre contienne 500 pages de 80 lignes de 100 caractères chacune (ponctuations et blancs compris). Combien de caractères composent ce livre ? Sachant qu'un octet représente un caractère, combien de livres faut-il pour avoir l'équivalent de 30Go ? Enfin l'épaisseur de ce livre est de 2cm, quelle hauteur de livres obtient-on avec 30Go ?

2 les entiers en machine

Pour représenter les nombres nous utilisons habituellement la base dix, mais elle est peu adaptée à une représentation machine où la base 2 ainsi que les puissances de 2 sont assez naturelles. Nous trouvons ainsi le binaire (base 2), l'octal (base $8 = 2^3$) et l'hexadécimal ($16 = 2^4$).

L'écriture d'un nombre X en base β sur n chiffres pris dans $0, 1, \dots, \beta - 1$ est :

$$X = \sum_{i=0}^n x_i \beta^i$$

2.1 Les changements de bases

1. Exemples
 - (a) Convertir le nombre 1515 de la base dix à la base deux.
 - (b) Convertir le nombre 732 de la base dix à la base seize (hexadécimal).
 - (c) Convertir le nombre *CAFE* de la base seize à la base dix.
 - (d) Convertir le nombre 888 de la base neuf à la base 2.
 - (e) Convertir le nombre 738 de la base neuf à la base 5.
2. Donner un algorithme général de conversion d'une base dans une autre. On considère ici que les nombres sont des chaînes de caractères (les chiffres) et que nous disposons du type nombre-machine pouvant servir d'intermédiaire.
3. Ecrire $X = 314_{10}$ en binaire puis en hexadécimal et en octal.
4. Ecrire $Y = 1000101011_2$ en hexadécimal en octal puis en décimal.
5. Ecrire $Z = FAC_{16}$ en binaire, en octal puis en décimal.

2.2 L'addition

1. Faire l'addition en binaire de 1000101011 et de 100111010.
2. Additionner (en hexadécimal) *FACE* et *BABA*. Vérifier en base dix.
3. Donner un algorithme d'addition dans une base quelconque β .

2.3 Complément à deux

2.3.1 la représentation

1. Pour représenter un nombre nous utilisons n chiffres binaires. Combien de valeurs distinctes peuvent être représentées ?
2. Si nous désirons représenter des entiers négatifs et des entiers positifs sur n chiffres binaires, quelles valeurs extrêmes peut on obtenir ?
3. Dans ce dernier cas quel codage proposez vous pour les positifs et pour les négatifs ? Comment lire le signe, la valeur absolue d'un nombre, faire l'addition, la soustraction de 2 nombres ?
4. La représentation R_x en complément à la base d'un entier X est définie comme suit. Si $X \geq 0$, R_x est le codage binaire de X . Si $X < 0$, R_x est le codage binaire de $X + 2^n$, où n est le nombre de bits utilisés pour le codage.

Remplir le tableau suivant :

en binaire sur 32 bits	signées en complément à deux	valeurs non signées
000...000		
000...001		
000...010		
...
011...110		
011...111		
100...000		
100...001		
...
111...111		

2.3.2 Exemples

Nous supposons les entiers codés sur 16 bits en complément à deux.

1. Quelles sont la plus grande valeur positive et la plus petite valeur négative représentables ?
2. Faites l'addition binaire de 1 et -1 , tous deux écrits en complément à deux sur 16 bits. Que se passe-t-il ?
3. Comment construit-on l'opposé d'un nombre dans cette représentation ?
4. Donner le codage en complément à deux sur 16 bits de 213, -213 , 1201 et -54 .
5. Quelles sont les valeurs décimales des nombres 0000001101001001 et 1111111101011100 codés en complément à deux ?
6. Comment faire une soustraction en complément à deux ?
7. Additionner 0110101101001001 et 0001101101001001. Comment interpréter le résultat ?
8. Discuter des avantages et inconvénients de la représentation en complément à deux par rapport à la représentation précédente.