

# Fonctions holomorphes

## Objectifs :

- Comprendre les notions de fonction de la variable complexe, fonction holomorphe, analytique et les relations entre ces définitions ;
- Principaux résultats concernant les fonctions holomorphes et méromorphes : formule de Cauchy, théorème des résidus, série de Taylor et de Laurent ;
- Applications des résultats : calcul d'intégrales, les zéros d'un polynôme ;
- Dans la mesure du possible : introduction des concepts plus avancés, tels que la sphère de Riemann et les surfaces de Riemann.

## Programme

### **I. Fonctions holomorphes**

1. Fonctions holomorphes.
2. Équations de Cauchy-Riemann.
3. Fonction exponentielle, détermination principale du logarithme.
4. Inversion locale holomorphe.

### **II. Séries entières et fonctions analytiques**

1. Convergence, continuité, dérivabilité.
2. Une fonction complexe somme d'une série entière est holomorphe
2. Fonctions analytiques, cas de la somme d'une série entière.

### **III. Intégrale le long d'un chemin**

1. Intégrale le long d'un chemin.
2. Primitive d'une fonction holomorphe dans un ouvert connexe.
3. Indice d'un point par rapport à un lacet

### **IV. Formule de Cauchy**

1. Formule de Cauchy pour un cercle.
2. Analyticit  des fonctions holomorphes.
3. Théorème de Liouville.

### **V. Zéros des fonctions holomorphes**

1. Ordre et multiplicité d'un zéro isolé.
2. Principe des zéros isolés.
3. Principe du prolongement analytique.
4. Principe du maximum.

### **VI. Fonctions méromorphes**

1. Classification des singularités isolées d'une fonction holomorphe.
2. Fonctions méromorphes, p les.
3. Formule des résidus.
4. Calcul d'intégrales au travers la formule des résidus, séries de Laurent.

## Références

Le cours est la référence principale (les démonstrations du cours sont à connaître).  
Voici d'autres références.

- Jean-François Pabion, *Éléments d'analyse complexe* [517.55 PAB]
- Walter Rudin, *Analyse réelle et complexe*. [517 RUD]

On dispose également du livre *Analyse complexe* de Michèle Audin en ligne :

<https://moodle.u-pariscite.fr/mod/resource/view.php?id=697969>

## Partiel et Examens

L'évaluation se fait par examen terminal et contrôle continu.

Les notes des 3 épreuves de contrôle continu seront notées :

- $CC1$ , « contrôle continu n°1 » le vendredi 13 février de 16h à 17h ;
- $CC2$ , « contrôle continu n°2 » le mardi 10 mars de 8h30 à 10h30 ;
- $CC3$ , « contrôle continu n°3 » le vendredi 3 avril de 16h à 17h ;
- $CF1$ , « contrôle final de la première session » pendant 3h en mai.

La note finale à l'épreuve de la première session sera :

$$NF1 := \frac{\max(CC1, CF1) + 2 * \max(CC2, CF1) + \max(CC3, CF1) + 4 * CF1}{8}$$

Les étudiants n'ayant pas validé en mai le semestre S6 et dont la note finale de FH6 à la première session est inférieure strictement à 10 devront se présenter à la session de rattrapage (note  $CF2$ ).

La note finale de la seconde session sera :

$$NF2 := \frac{\max(CC1, CF2) + 2 * \max(CC2, CF2) + \max(CC3, CF2) + 4 * CF2}{8}$$

## Pages web de FH6

<https://moodle.u-pariscite.fr/course/view.php?id=2443>

Le responsable de FH6 est :

Emmanuel Letellier <[emmanuel.letellier@imj-prg.fr](mailto:emmanuel.letellier@imj-prg.fr)>.