

Topologie

Programme

I. Espaces métriques

1. Distance, diamètre, boules ouvertes et fermées, ouverts et fermés.
Distance entre deux parties non-vides.
Topologie induite par une distance.
2. Intérieur et adhérence d'une partie, frontière.
Distance induite sur une partie, topologie induite.
3. Limites de suites.
Caractérisation séquentielle de l'adhérence.
4. Applications continues. Caractérisations topologique et séquentielle de la continuité.
5. Produit d'espaces métriques.
Continuité et produits.
6. Convergence simple et uniforme de suites de fonctions continues.
Distance de la convergence uniforme.
Continuité de la limite uniforme d'une suite d'applications continues.

II. Espaces métriques compacts

1. Espaces métriques compacts (propriété de Borel-Lebesgue).
Image d'un compact par une application continue.
2. Caractérisation séquentielle de la compacité (propriété de Bolzano-Weierstrass).
Théorème de Heine, intersection de fermés emboîtés.
Produit de compacts.
3. Parties compactes d'un espace vectoriel normé de dimension finie.
4. Applications continues sur un compact : distance du supremum, continuité uniforme et théorème de Heine.

III. Espaces métriques complets

1. Suites de Cauchy.
Espaces complets, parties complètes.
2. Complétude des espaces vectoriels normés de dimension finie.
3. Prolongement des applications uniformément continues.
4. Complétude de $C^0(X, Y)$ lorsque X est compact et Y complet.
5. Théorème de point fixe des applications contractantes.

Références

La référence principale est le cours.

Le polycopié du cours de 2023-2024 est en ligne sur Moodle :

<https://moodle.u-pariscite.fr/course/view.php?id=12595#section-3>

Voici d'autres références.

- le chapitre 6 du livre de Jean-Pierre MARCO, Philippe THIEULLEN, et Jacques-Arthur WEIL, *Mathématiques L2*. [51 L2 MAT]
- la partie I du livre de Hakim BOUMAZA, Marie DELLINGER, Laurent LAZZARINI, et Jean-Pierre MARCO, *Mathématiques L3*. [51 L3 MAT]
- pour approfondir le livre de James MUNKRES *Topology*. [M 410 MUN]
- les chapitres 2 à 5 du livre de J. SAINT RAYMOND, *Topologie, calcul différentiel et variable complexe*. [517 SAI]

La dernière référence est en ligne :

<http://www.imj-prg.fr/~jean.saint-raymond/preprints/TopoCD.pdf>

Cours accéléré

Ce cours accéléré ne comportera aucune évaluation.

Une épreuve non-notée sera proposée.

Pages web de TO5

La page de référence est :

<https://moodle.u-pariscite.fr/course/view.php?id=12595>

Le responsable de TO5 est :

Omar Mohsen <omar.mohsen@imj-prg.fr>.