

Université Paris Diderot

Mathématiques, Topologie et calcul diff

CC1, 22/9 2016 – 2 exercices

Exercice 1. Soit \mathbb{R}^2 muni de sa métrique euclidienne.

- a) La partie $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1\}$ est-elle ouverte ou fermée dans \mathbb{R}^2 ?
- b) La partie $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 2\}$ est-elle ouverte ou fermée dans \mathbb{R}^2 ?
- c) La partie $A \cap B$ est-elle ouverte ou fermée dans \mathbb{R}^2 ?

Exercice 2. L'application $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$ définie par

$$d((x, y), (x', y')) = |x - x'|^{\frac{1}{3}} + |y - y'|^{\frac{1}{3}}$$

est-elle une métrique sur \mathbb{R}^2 ?

(Toutes les reponses doivent être justifiées.)