

Contrôle 2
Déterminant; groupe symétrique; réduction de matrice

Durée : 1 heure.

*Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et les téléphones portables.
Les exercices sont indépendants entre eux.*

Exercice 1. Calculer le déterminant suivant

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Exercice 2. Considérons le groupe symétrique \mathfrak{S}_4 . Calculer le produit suivant et déterminer sa signature

$$(134) \cdot (23).$$

Exercice 3. Soit A la matrice suivante

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer le polynôme caractéristique de A .
2. Diagonaliser A en trouvant une base en vecteurs propres. Quelle est la matrice de passage P de la base canonique à cette base ?
3. Calculer la matrice inverse de P .
4. Donner une expression explicite pour A^n .

Exercice 4. Soit A la matrice suivante

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer le polynôme caractéristique de A .
2. La matrice A est-elle diagonalisable ?
- *3. Trigonaliser (jordaniser) A en bien choisissant une base.