

Feuille de TD 1 - résolution de systèmes linéaires

Exercice 1. Résoudre les systèmes suivants :

$$(a) \begin{cases} x + 2y - 3z = -1 \\ 3x - y + 2z = 7 \\ 8x + 2y - 2z = 9 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ x + y + 4z = -9 \\ 7x + 5y + z = 14 \end{cases} \quad (c) \begin{cases} x - 3y + 7z = -4 \\ x - 2y - 3z = 6 \\ 7x + 4y - z = 22 \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre en utilisant la méthode du pivot de Gauss :

$$(a) \begin{cases} x - 3y - 2z = -1 \\ 2x + y - 4z = 3 \\ x + 4y - 2z = 4 \\ 5x + 6y - 10z = 10 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x + 2y + 3z - 2t = 6 \\ 2x - y - 2z - 3t = 8 \\ 3x + 2y - z + 2t = 4 \\ 2x - 3y + 2z + t = -8 \end{cases} .$$

Exercice 3. Déterminer les valeurs du paramètre réel α pour lesquelles le système suivant :

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y + \alpha z = 2 \\ 2x + \alpha y + 2z = 3 \end{cases}$$

- (a) n'ait aucune solution ;
- (b) ait une infinité de solutions ;
- (c) ait une solution unique.

Exercice 4. Pour quelles valeurs des paramètres réels α, β, γ le système suivant admet au moins une solution ?

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = \alpha \\ 3x + 8y - 14z = \beta \\ 2x + 4z = \gamma \end{cases}$$

Exercice 5. Soit le système

$$(S) \begin{cases} x + 3y + 4z = 0 & (L_1) \\ 3x + 2y + 4z = 0 & (L_2) \\ x + 2y + 3z = 0 & (L_3) \end{cases} .$$

On remplace L_1 par $L'_1 = L_2 - L_1$, L_2 par $L'_2 = L_2 - L_3$ et L_3 par $L'_3 = L_1 - L_3$. Le système

$$(S) \text{ est-il équivalent au système } (S') \begin{cases} L'_1 \\ L'_2 \\ L'_3 \end{cases} ?$$