Chapitre II Revêtements

2.1 Revêtements

<u>def</u> : Soit $p : X \to B$ une application continue entre deux espaces top. C'est un revêtement si $\forall b \in B$ $\exists U \subset B$ ouvert avec $b \in U$, un ens. discret F et un homéo $\phi : p^{-1}(U) \to U \times F$ tq le diagramme suivant commute

$$\begin{tikzcd} p^{-1}(U) \arrow[rr, "\phi"] \arrow[dr, "p"'] & & U \times F \arrow[dl, "p_1"] \\ & U & \end{tikzcd}$$

On dit que B est la base, F la fibre, X l'espace total, ϕ une trivialisation locale, U un ouvert de triv.

<u>Variante</u>, $p : X \to B$ est un revêtement si $\forall b \in B$ $\exists U \subset B$ avec $b \in B$ tq $p^{-1}(U) \simeq \bigsqcup_{i \in I} U_i$ et $p|_{U_i} : U_i \to U$ homéo

en effet $\Rightarrow$ poser $I = F$ et $U_i = \phi^{-1}(U \times \{i\})$

$\Leftarrow$ poser $I = F$ et poser $\phi : \bigsqcup_i U_i \to U \times F$, $x \in U_i \mapsto (p(x), i)$

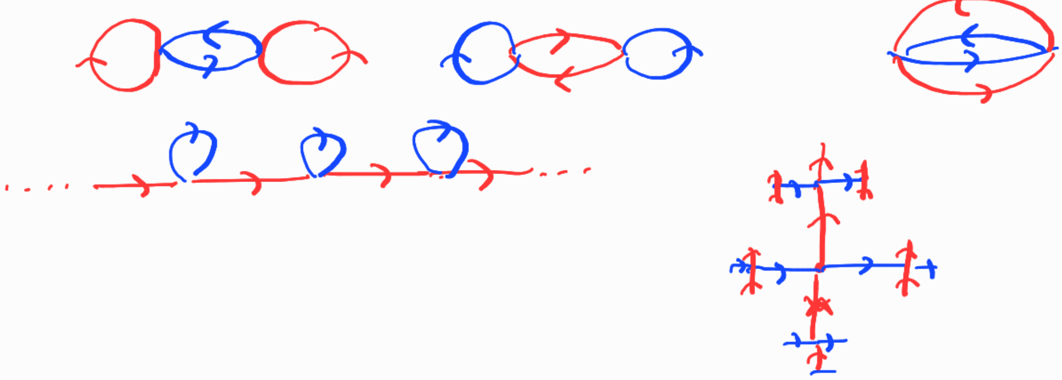
<u>Exemple 1</u> : $p : \mathbb{R} \to S^1$, $x \mapsto e^{2i\pi x}$ alors $S^1 = U \cup V$ où

$U = S^1 \setminus \{1\}$ $\quad p^{-1}(U) = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} = \bigsqcup_{n \in \mathbb{Z}}]n, n+1[$

$V = S^1 \setminus \{-1\}$ $\quad p^{-1}(V) = \mathbb{R} \setminus \left(\frac{1}{2} + \mathbb{Z}\right) = \bigsqcup_{n \in \mathbb{Z}}]n - \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}[$

<u>Exemple 2</u> : X top, G agit librement continûment proprement alors $p : X \to X/G$ est un revêtement.

<u>Exemple 3</u>, les Revêtements de  sont des graphes avec deux types d'arêtes



Lemme : Si B est connexe toutes les fibres sont homéomorphes.

Preuve, Soit $b_0 \in B$ et $F_0 = p^{-1}(b_0)$ la fibre en b_0.
Grâce aux ouverts de trivialisation les ensembles
$\Omega = \{b \in B,\ p^{-1}(b) \simeq F_0\}$ sont ouverts, de même que
$B \setminus \Omega = \{b \in B,\ p^{-1}(b)$ pas homéo à $F_0\}$.
Par connexité, $\Omega = B$ et le lemme est démontré.

→ Si F_0 est fini de cardinal n, toutes les fibres ont le même cardinal, on dit que le revêtement a n feuillets

2.2 Morphismes, tirés en arrière

- Soit $p : X \to B$ et $p' : X' \to B$ deux revêtements sur la même base. Un morphisme entre les deux rev. est une app continue $f : X \to X'$ telle que le diag. commute

$$\begin{tikzcd} X \arrow[rr, "f"] \arrow[dr, "p"'] & & X' \arrow[dl, "p'"] \\ & B & \end{tikzcd}$$

f est un automorphisme si f est un homéo.

<u>ex</u> : si $G \curvearrowright X$ alors $\forall g \in G$ $x \longmapsto gx$ est un automorphisme du revêtement $X \to X/G$

<u>Rque</u> : il y a peu d'automorphismes ex

$$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r, "f"] \arrow[dr] & \mathbb{R} \arrow[d] \\ & S^1 \end{tikzcd}$$

vérifie $f(x) = x \bmod \mathbb{Z}$
par continuité $f(x) = x + n$ pour un certain $n \in \mathbb{Z}$

$\mathrm{Aut}(\mathbb{R} \to S^1) = \mathbb{Z}$.

- si $p : X \to B$ est un revêtement $f : B' \to B$ est une app. continue, alors

$$B' \times_B X = \{(b', x),\ f(b') = p(x)\}$$

$$\begin{tikzcd} B' \times_B X \arrow[d, "p'"'] \\ B' \end{tikzcd}$$

b'

est un revêtement. En effet
$\forall b' \in B'$ $f(b') = b$ $\exists U,\ p^{-1}(U) \simeq U \times F$

On pose $U' = f^{-1}(U)$ de sorte que

$$(p')^{-1}(U') = \left\{ (b',x) \text{ tq } \begin{array}{l} f(b') \in U \\ p(x) \in U \end{array} \right\}$$

$$\simeq U' \times F$$

$$(b',x) \to (p(b'), P_2\, \phi(x))$$

2.3 Relèvement

déf Soit $p : X \to B$ un revêtement et $f : Y \to B$ une app continue. Un relèvement de f est une app continue $\tilde{f} : Y \to X$ tq le diagramme

$$\begin{tikzcd} & X \arrow[d, "p"] \\ Y \arrow[ur, "\tilde{f}"] \arrow[r, "f"'] & B \end{tikzcd}$$

commute.

Un relèvement de l'identité $id : B \to B$ est appelé <u>section</u> de p.

<u>Prop</u> : (Unicité du relèvement)

Soit $\tilde{f}$ et $\hat{f} : Y \to X$ deux relèvements de f avec Y connexe.
Si $\exists y \in Y$ tq $\tilde{f}(y) = \hat{f}(y)$ alors $\tilde{f} = \hat{f}$

<u>Preuve</u> : on pose $A = \{ y \in Y,\ \hat{f}(y) = \tilde{f}(y) \}$
$C = \{ y \in Y,\ \hat{f}(y) \neq \tilde{f}(y) \}$

On prend $y \in Y$ et U ouvert de trivialisation de B contenant $f(y)$

$\phi : p^{-1}(U) \xrightarrow{\sim} U \times F$ $\quad \phi(\tilde{f}(y)) = (f(y), \tilde{z})$
$\quad \phi(\hat{f}(y)) = (f(y), \hat{z})$

alors le voisinage $(\phi \circ \tilde{f})^{-1}(U \times \{\tilde{z}\}) \cap (\phi \circ \hat{f})^{-1}(U \times \{\hat{z}\})$

est inclus dans A si $y \in A$, inclus dans C si $y \in C$

donc A et C sont ouverts. Comme $A \neq \emptyset \Rightarrow A = Y$.

<u>Prop</u> (relèvement des chemins)

Soit $p : X \to B$ un rev $\quad \gamma : [0,1] \to B$ continue, $x \in X$
tq $\gamma(0) = p(x)$. Alors $\exists !$ $: [0,1] \to X$ tq $\tilde{\gamma}(0) = x$ et $p \circ \tilde{\gamma} = \gamma$

On va démontrer un énoncé plus général

<u>Prop</u> : (relèvement des homotopies)

Soit $p : X \to B$ un rev, $H : [0,1] \times Y \to B$ continue
et $\tilde{f} : Y \to X$ un relèvement de $y \mapsto H(y,0)$

alors $\exists!$ $\tilde{H} : Y \times [0,1] \to X$ qui relève H et tel que

$\tilde{H}(y,0) = \tilde{f}(y) \quad \forall y \in Y.$

Preuve : on fait la construction à y fixé. L'unicité se déduit de la prop précédente.

Par compacité de $[0,1]$ on trouve $n \geq 1$ et un voisinage U_y de y tq $H([\frac{k}{n}, \frac{k+1}{n}] \times U_y) \subseteq$ ouvert de trivialisation de p $\forall k$

On construit par réc. des rel. $r_k : [\frac{k}{n}, \frac{k+1}{n}] \times U_y \to X$

tq $r_0|_{\{0\} \times U_y} = \tilde{f}|_{U_y}$ et $r_{k+1}|_{\{\frac{k+1}{n}\} \times U_y} = r_k|_{\{\frac{k+1}{n}\} \times U_y}$

ils se recollent en un rel. $r_y : [0,1] \times U_y \longrightarrow X$ de H

Par unicité du relèvement, tous les relèvements se recollent en un relèvement global sur $[0,1] \times Y$.

Thm de relèvement des applications

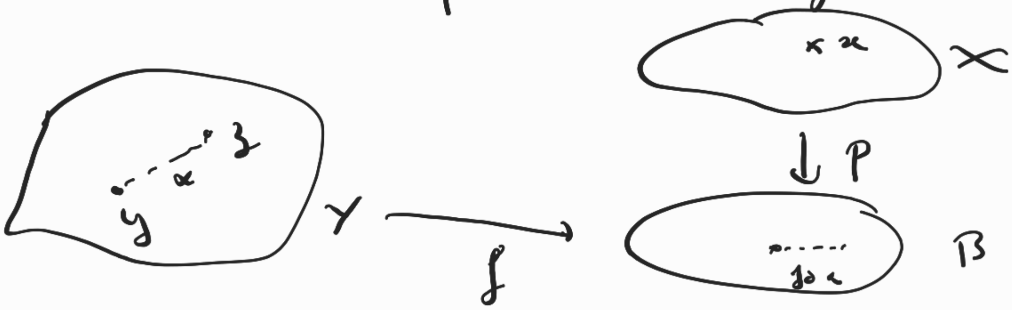
Soit $p : X \to B$ un revêtement et $f : Y \to B$ continue avec Y connexe et loc. connexe par arcs. Soit $y \in Y$ et $x \in X$ tq $f(y) = p(x)$. Il existe un relèvement $\tilde{f} : Y \to X$ avec $\tilde{f}(y) = x$ ssi $f_* \pi_1(Y,y) \subset p_* \pi_1(X,x)$ (*)

Preuve : la condition est nécessaire

$$\begin{tikzcd} & X \arrow[d, "p"] \\ Y \arrow[ur, "\tilde{f}"] \arrow[r, "f"'] & B \end{tikzcd}$$

car $f_* \pi_1(Y,y) \subset p_* \tilde{f}_* \pi_1(Y,y)$
$\subset p_* \pi_1(X,x)$

Supposons maintenant que (*) est vérifié.



Soit $z \in Y$: on choisit α un chemin reliant y à z

On relève $f\circ\alpha$ de façon unique en $\tilde{\alpha} : [0,1] \to X$ tq $\tilde{\alpha}(0) = x$

On voudrait poser $\tilde{f}(z) = \tilde{\alpha}(1)$ mais il faut vérifier que c'est bien défini.

Prenons un autre chemin $\beta : [0,1] \to Y$ faisant le même chemin et considérons $\alpha\bar{\beta} \in \pi_1(Y, y)$. Par hypothèse $f_*\alpha\bar{\beta} \in p_*\pi_1(X,x)$

On peut donc trouver $\gamma : [0,1] \to X$ lacet basé en x tq $p\circ\gamma \sim f(\alpha\bar{\beta})$.

En relevant cette homotopie, on voit que $f\circ\alpha\bar{\beta}$ se relève en un lacet basé en x. Comme il s'agit de la concaténation d'un relevé de $f\alpha$ et d'un relevé de $f\circ\beta$ on en déduit que $\tilde{\alpha}(1) = \tilde{\beta}(1)$ donc $\tilde{f}$ est bien défini.

Pour conclure il faut justifier que $\tilde{f}$ est continue.

On prend $U \subset X$ tq $p|_U : U \to p(U)$ est un homéo et $V = f^{-1}(p(U))$ un voisinage de z - connexe par arcs

Pour $z' \in V$ $\exists\, \gamma$ chemin dans V reliant z' à z

alors le chemin $\alpha' = \alpha\gamma$ se relève en $\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}$ où $\tilde{\alpha}$ est un chemin de x à $\tilde{f}(z)$ dans U. Comme $\tilde{f}(z') = \tilde{\alpha}\tilde{\gamma}(1) \in U$, on a bien montré que $\tilde{f}$ est continue.

cqfd.

2.4 Classification des revêtements

· Groupe associé à un revêtement

Prop : Soit $p : X \to B$ un revêtement et $x \in X$

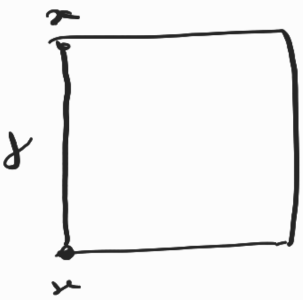
alors $p_*: \pi_1(X, x) \longrightarrow \pi_1(B, p(x))$ est injective

<u>def</u> : $\mathrm{Im}\, p_*$ est appelé le groupe du revêtement p basé en x.

<u>preuve</u> : Soit $\gamma : [0,1] \longrightarrow X$ et supposons $p[\gamma] = 0$
$\{0,1\} \longmapsto x$

on dispose d'une homotopie $H : [0,1]^2 \longrightarrow B$ entre $p\circ\gamma$ et le lacet constant $c_{p(x)}$.
Par relèvement des homotopie $\exists !\ \tilde{H} : [0,1]^2 \longrightarrow X$ relevant $p\circ\gamma$ et tq $H(t,0) = \gamma(t)$

$\tilde{H}$:



par unicité, $\tilde{H}(0,t) = x$
$\tilde{H}(1,t) = x$

puis $\tilde{H}(t,1)$ est un relèvement du lacet $c_{p(x)}$ issu de $x \Rightarrow \tilde{H}(t,1) = x \ \forall t$.
Finalement $\tilde{H}$ est une homotopie entre γ et $c_x \Rightarrow \gamma \sim 1$.

• Unicité du revêtement associé à un groupe

<u>Prop</u> : Soit $p : X \longrightarrow B$ et $p' : X' \longrightarrow B$ deux revêtements avec X, X' connexes et B loc. conn par arcs. Si les groupes associés à p, p' basés en x, x' sont les mêmes alors $\exists !\ f : X \to X'$ iso de revêtements.

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "f"] \arrow[dr] & X' \arrow[d] \\ & B \end{tikzcd} \qquad f(x) = x'$$

<u>preuve</u> : par relèvement des apps $\exists\ f : X \longrightarrow X'$

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r] \arrow[dr] & X' \arrow[d] \\ & B \end{tikzcd}$$

et $g : X' \longrightarrow X$ avec $f(x) = x'$
$g(x') = x$

$$\begin{tikzcd} X' \arrow[r] \arrow[dr] & X \arrow[d] \\ & B \end{tikzcd}$$

par unicité du relevé $\Rightarrow$ $f\circ g = id_{X'}$ $g\circ f = id_X$

• action du groupe fondamental sur la fibre

Soit $p : X \to B$ un revêtement et $b \in B$

si $\alpha : [0,1] \to B$ est un chemin avec $\alpha(0) = \alpha(1) = b$

pour $x \in p^{-1}(b)$, on considère l'unique relèvement

$\tilde{\alpha} : [0,1] \to B$ avec $\tilde{\alpha}(0) = x$ et on pose $x.\alpha = \tilde{\alpha}(1)$

Par relèvement des homotopies, cela ne dépend que de la classe d'homotopie de α et définit une action à droite de $\pi_1(B,b)$ sur $p^{-1}(b)$ ie

$$x \cdot \alpha\beta = (x \cdot \alpha) \cdot \beta \qquad \forall \alpha, \beta \in \pi_1(B,b)$$
$$\forall x \in p^{-1}(b)$$

__Lemme__ : • si X est connexe par arcs, cette action est transitive

• le groupe de p associé à $x \in p^{-1}(b)$ est le stabilisateur de x pour l'action ci-dessus.

__preuve__ : __1 est clair__ : $x, y \in p^{-1}(b)$ $\quad \alpha : [0,1] \to X$, $\alpha(0) = x$, $\alpha(1) = y$

alors $y = x[p \circ \alpha]$.

__Montrons le 2 par double inclusion__ :

• Soit $\alpha : [0,1] \to B$ tq $x.[\alpha] = x$ $\quad$ $\tilde{\alpha}$ le relevé tq $\tilde{\alpha}(0) = \tilde{\alpha}(1) = x$

C'est un lacet en x tq $p \circ \tilde{\alpha} = \alpha \Rightarrow \mathrm{Stab}_x \subset p_* \pi_1(X,x)$

• Soit $\alpha : [0,1] \to B$ tq $\alpha \sim p_* \beta$ $\quad \beta : [0,1] \to X$, $\beta(0) = \beta(1) = x$

alors $x.[\alpha] = x.[p_* \beta] = \beta(1) = x$

Revêtement universel

<u>Def</u> : un espace X est simplement connexe s'il est connexe par arcs et $\exists x \in X$ tq $\pi_1(X,x) = 0$

($\Rightarrow$ $\forall x \in X$ on a $\pi_1(X,x) = 0$)

<u>def</u> un revêtement $p : X \to B$ avec B connexe et loc. connexe par arcs est dit <u>universel</u> si X est simplement connexe.

<u>Def</u> X est dit délaçable (semi-loc simp connexe) si $\forall x \in X$ $\exists U \subset X$ voisinage de x tq

$\pi_1(U,x) \to \pi_1(X,x)$ soit le morph nul.

<u>ex</u> : un espace loc. contractile est délaçable, donc une variété top ou un CW-complexe. Par contre les boucles Hawaïennes, non.

<u>Thm</u> Soit B un espace connexe et loc. conn. par arcs

B admet un rev. universel $\Leftrightarrow$ B est délaçable

<u>preuve</u> $p : X \to B$ rev. universel

$\Rightarrow$ $b \in B$, $x \in X$ tq $p(x) = b$, U un ouvert de trivialisation de sorte qu'il existe $s : U \to X$

$p \circ s = id_U$ (section)

on a alors $\pi_1(U,b) \xrightarrow{s_*} \pi_1(X,x) \xrightarrow{p_*} \pi_1(B,b)$

$\to 0 \to$

$\Leftarrow$ longue construction.

def de $p : X \to B$

On fixe $b \in B$ et on pose X l'ensemble des classes d'homotopie de chemins $\gamma : [0,1] \to B$ avec $\gamma(0) = b$ rel. aux extrémités

puis on pose $\quad p([\gamma]) = \gamma(1)$.

Topologie sur X

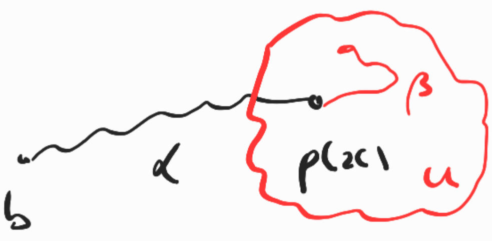
Soit $\mathcal{U} = \{ U \subseteq B$ ouvert connexe par arcs tq

$$\pi_1(U, a) \longrightarrow \pi_1(B, a) \text{ est trivial } \forall a \in U \}$$

Comme B est loc conn. par arcs et délaçable, $\mathcal{U}$ forme une base de la topologie de B.

Fixons $x \in X$ et $U \in \mathcal{U}$ voisinage de $p(x)$

On note $\quad U_x = \{ [\alpha\beta],\ [\alpha] = x \quad \beta : [0,1] \to U,\ \beta(0) = p(x) \} \subseteq X$



Soit U_x et V_y deux tels sous-ens et $z \in U_x \cap V_y$

on choisit $W \in \mathcal{U}$ contenant $p(z)$: alors

$W_z \subset U_x \cap V_y$, ainsi

$$(U_x)_{\substack{x \in X \\ U \in \mathcal{U}}} \quad \text{est la base d'une top. sur } X$$

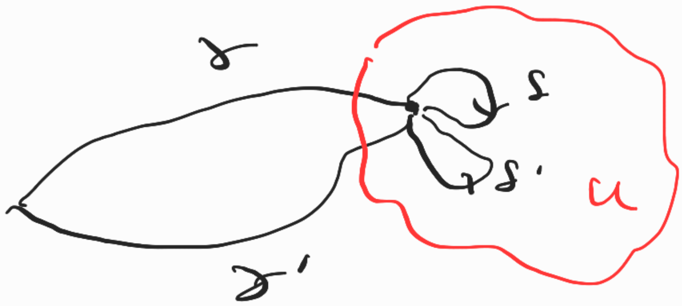
Continuité de p et trivialisations locales

Soit $a \in B$ et $U \in \mathcal{U}$ avec $a \in U$, alors

$$p^{-1}(U) = \bigcup_{\gamma : b \to a} U_{[\gamma]} \quad \text{ainsi} \quad p^{-1}(U) \text{ est ouvert}$$

Mieux, montrons que la réunion est disjointe et que $p : U_{[\gamma]} \to U$ est un homéo.

<u>Union disjointe</u> : si $\gamma, \gamma' : [0,1] \to B$ reliant b à a et $U_{[\gamma]} \cap U_{[\gamma']} \neq \emptyset$ alors $\exists \delta, \delta' : [0,1] \to U$ tq $\gamma\delta \sim \gamma'\delta'$



Mais $\delta\bar{\delta}' \sim 1$ car $\pi_1(U, a) \to \pi_1(B, a)$ est nulle

donc $\gamma \sim \gamma\delta\bar{\delta}' \sim \gamma'\delta'\bar{\delta}' \sim \gamma'$ et $U_{[\gamma]} = U_{[\gamma']}$

- $p : U_{[\gamma]} \to U$ est surj car U conn. par arcs
- elle est injective car si on se donne $\delta, \delta' : [0,1] \to U$ reliant a à c, on a $\gamma\delta \sim \gamma\underbrace{\delta\bar{\delta}'}_{\text{hom. à } 0}\delta' \sim \gamma\delta'$
- elle est ouverte car si on a $V_y \subset U_{[\gamma]}$, $p(V_y) = V$ est ouvert

ainsi $p : U_{[\gamma]} \to U$ est un homéo et p est un revêtement.

X est simplement connexe

Soit $x = [\gamma]$ alors
$$\begin{aligned}[0,1] &\to X \\ s &\mapsto (t \mapsto \gamma(st))\end{aligned}$$
est un chemin reliant γ à c_b donc X est connexe par arcs.

Soit $\gamma : [0,1] \to X$ un lacet en $[c_b]$

Considérons $p \circ \gamma : [0,1] \to B$ lacet en b.

On dispose de deux relèvements de $p\circ\gamma$ à X d'origine $[c_b]$: 1) $\gamma : [0,1] \to X$

2) $\gamma' : [0,1] \to X$
$$t \mapsto [s \mapsto p\circ\gamma(st)]$$

par unicité on a $\gamma = \gamma'$

donc $[c_b] = \gamma(1) = \gamma'(1) = [t \mapsto p\circ\gamma(t)]$

ainsi $p\circ\gamma \sim 1$ donc $p_* \pi_1(X, x) = 0$

puis $\pi_1(X, x) = 0$

cqfd

Automorphismes du revêtement universel

<u>Prop</u> : soit B connexe, loc conn. par arcs et délaçable et $p : X \to B$ un rev. universel

(1) $\mathrm{Aut}(p)$ agit transitivement sur les fibres de p

(2) $\mathrm{Aut}(p)$ agit librement proprement sur X

(3) Si $x \in X$, $b = p(x)$ $\exists ! \; \phi : \mathrm{Aut}(p) \xrightarrow{\sim} \pi_1(B,b)$

tq $\quad f(x) = x \, \phi(f)$

preuve : (1) $x, x' \in X$ avec $p(x) = p(x') = b$

$\exists f : X \to X$, $x \mapsto x'$ d'après le th du relèvement.

$\exists g : x' \to x$ par unicité $g \circ f = id = f \circ g$

donc f est un iso de rev.

(2) U ouvert de triv. $p^{-1}(U) = \bigsqcup_{i \in I} U_i$

alors (1) montre que $\mathrm{Aut}(p)$ permute les U_i

(3) $\pi_1(B,b)$ agit sur $p^{-1}(b)$ avec stabilisateur triviaux. Voyons que les action de $\mathrm{Aut}(p)$ et $\pi_1(B,b)$ commutent.

$\gamma : [0,1] \to B$, $\quad f \in \mathrm{Aut}(p)$

$\tilde{\gamma} : [0,1] \to X$ relevé avec $\tilde{\gamma}(0) = x$

$\tilde{\gamma}(1) = x \cdot [\gamma]$

or $f \circ \tilde{\gamma}$ relevé issu de $f(x)$ donc

$f(x) \cdot [\gamma] = f \circ \tilde{\gamma}(1) = f(x \cdot [\gamma])$

On fixe x_0 $\quad f(x_0) = x_0 \cdot \phi(f)$

$$g(f(x_0)) = g(x_0 \cdot \phi(f))$$
$$= g(x_0) \cdot \phi(f)$$
$$= x_0 \cdot \phi(g) \cdot \phi(f)$$
$$= x_0 \cdot \phi(gf) \qquad \square$$

En pratique c'est souvent comme cela qu'on identifie le $\pi_1(B)$: si on a $B = G \backslash X / G$ avec X simplement connexe alors $G = \pi_1 B$!

ex $S^1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z} \Rightarrow \pi_1(S^1) = \mathbb{Z}$

très exp. $\gamma : [0,1] \to S^1$

$\exists !$ $\tilde{\gamma} : [0,1] \to \mathbb{R}$ $\quad \gamma = \exp(2i\pi \tilde{\gamma})$

$$[\gamma] \to \tilde{\gamma}(1)$$
$$\pi_1(S^1) \xrightarrow{\simeq} \mathbb{Z}$$

Correspondance de Galois

Thm : Soit B connexe loc connexe par arcs, délaçable. On a une bijection

$$\phi : \left\{ \begin{array}{l} \text{rev. } p : X \to B,\ X \text{ conn par arcs} \\ x \in p^{-1}(b) \end{array} \right\}_{\text{iso de rev.}} \xrightarrow{\sim} \left\{ \begin{array}{c} \text{sous-groupes} \\ \text{de } \pi_1(B,b) \end{array} \right\}$$

$$(X, p, x) \longmapsto p_* \pi_1(X, x)$$

Preuve : - inj déjà fait

- surj. $H < \pi_1(B,b)$) $\tilde{p}: \tilde{B} \to B$ rev. universel $\tilde{b} \mapsto b$

$\phi : \mathrm{Aut}(\tilde{p}) \xrightarrow{\sim} \pi_1(B,b)$

puis $X = \tilde{B} / \phi^{-1}(H)$

Def : un revêtement pointé $p : X \to B$ est galoisien si $\mathrm{Aut}(p)$ agit transitivement sur la fibre de chaque point.

Rque : le groupe du rev. H est le Stab de x sous l'action du π_1. $\forall \alpha \in \pi_1$ $x\alpha = f(x)$, $f \in \mathrm{Aut}\, p$

$\forall \gamma \in H$ $x\alpha\gamma = f(x)\gamma = f(x\gamma) = f(x) = x\alpha$

$\Rightarrow x\alpha\gamma\alpha^{-1} = x \Rightarrow \alpha\gamma\alpha^{-1} \in H$ H distingué.

La réciproque fonctionne.

Pour conclure, on classifie tous les revêtements sur B

Thm : soit B connexe, loc. conn. par arcs, dévissable.

$$\Psi : \{X \to B\}/_{\text{iso}} \xrightarrow{\sim} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ensembles } E \text{ avec} \\ \text{action à droite de } \pi_1(B,b) \end{array} \right\} /_{\substack{\text{bij} \\ \text{équiv.}}}$$

$$(X, p) \longmapsto p^{-1}(b)$$

Preuve : le rev. est connexe ssi l'action est transitive on se ramène au cas précédent.