

Transformations du plan

1. Soient A un point du plan et $\theta \in \mathbb{R}$. Écrire une procédure `rot(A,theta,P)` dont le résultat est l'image de P par la rotation de centre A et d'angle θ . (A et P sont donnés par des listes de deux termes représentant leurs coordonnées.)
2. Soient A un point du plan et $k \in \mathbb{R}$. Écrire une procédure `hom(A,k,P)` dont le résultat est l'image de P par l'homothétie de centre A et de rapport k .
3. Soient D une droite d'équation $ax + by + c = 0$ et $k \in \mathbb{R}$. Écrire une procédure `aff(D,k,P)` dont le résultat est l'image de P par l'affinité de base D , de rapport k et de direction orthogonale à D . (D est donné par une liste de trois termes `[a,b,c]` représentant l'équation $ax + by + c = 0$)
4. Soient \vec{V} un vecteur. Écrire une procédure `tra(V,P)` dont le résultat est l'image de P par la translation de vecteur \vec{V} . (\vec{V} est donné par une liste de deux termes représentant ses coordonnées.)
5. On considère les deux transformations suivantes du plan :

(a) $f = f_1 \circ f_2$ où :

- i. f_1 est l'homothétie de centre $(0, 1)$ et de rapport $k = 0.95$,
- ii. f_2 est l'affinité de base Oy , de rapport -1 et de direction Ox (c'est à dire la symétrie par rapport à Oy);

(b) $g = g_1 \circ g_2 \circ g_3 \circ g_4$ où :

- i. g_1 est la translation de vecteur $v = (0, 1 - k) = (0, 0.05)$,
- ii. g_2 est la rotation de centre O et d'angle $\theta = 1.4$,
- iii. g_3 est l'affinité de base Ox , de rapport 0.3 et de direction Oy ,
- iv. g_4 est l'affinité de base Oy , de rapport 0.15 et de direction Ox .

Prendre le point $O = (0, 0)$ et construire une liste de points (P_0, \dots, P_{100}) telle que $P_0 = O$ et $\forall i : P_{i+1} = h_i(P_i)$ où $h_i = f$ avec une probabilité de 0.9 ou $h_i = g$ avec une probabilité de 0.1 . (Tous les calculs seront faits en virgule flottante.)

Visualiser le résultat pour s'assurer que la liste obtenue est bien une liste de points en virgule flottante.

Faire un graphique avec une liste de 20000 points construits de la même manière.

Expliquer comment les propriétés de f et de g permettent de comprendre l'aspect du graphique obtenu.

6. Décrire deux applications f et g qui permettent de construire par la méthode de la question précédente le graphique suivant :

