

**Exercice 8.** *Montrer que  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  n'est pas plat sur  $\mathbb{Z}$ .*

**Solution :** Considérons la suite exacte :  $0 \rightarrow \mathbb{Z} \xrightarrow{\times n} \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \rightarrow 0$ . Lorsqu'on la tensorise par  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  (en se rappelant que  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  d'après l'exercice 7) on obtient la suite exacte :  $0 \rightarrow \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \xrightarrow{0} \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \xrightarrow{\sim} \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \rightarrow 0$  qui n'est pas exacte.