Exercice 47. *Soit X la réunion des arêtes d'un polyèdre convexe à n faces.*

(1) Soit k un corps commutatif ; calculer $H^j(X, k_X)$ pour $j \geq 0$.

(2) Calculer $H^j(X, \mathbb{Z}_X)$ pour $j \geq 0$.

Solution : Cet exercice se ramène à un cas particulier de l'exercice. . . 50. En effet, on remarque que :

(a) une face d'un polyèdre privée d'un point intérieur est homotope eu bord de la face

(b) la surface d'un polyèdre convexe est homéomorphe à une sphère.

(c) une sphère privée d'un point est homéomorphe à $\mathbb{R}^2$

De (a) et (b) on déduit que X est homotope à une sphère privée de n points. De (c) on déduit encore que X est homotope à $\mathbb{R}^2$ privé de $n-1$ points.
L'exercice 50 nous donne lé résultat : $H^0(X, k_X) = k$, $H^1(X, k_X) \simeq k^{n-1}$ et $H^j(X, k_X) = 0$ pour $j \geq 2$ (et de même avec $\mathbb{Z}$ à la place de k).