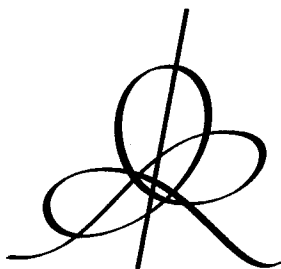


NOTES SUR L'HISTOIRE ET LA PHILOSOPHIE
DES MATHÉMATIQUES IV

1. Grothendieck et les motifs, par Pierre CARTIER
2. Découvrir et transmettre, par Alain HERREMAN



Institut des Hautes Études Scientifiques
35, route de Chartres
91440 – Bures-sur-Yvette (France)

Novembre 2000

IHES/M/00/75

Avertissement

Les deux parties de cette publication sont centrées autour de l'œuvre et de la personne d'Alexander Grothendieck. La première, par Pierre Cartier, est le texte développé d'une conférence donnée à Cerisy-la-Salle en septembre 1999, dans le cadre du Colloque "Mathématiques et psychanalyse", organisé par P. Cartier et N. Charraud. Il doit paraître dans les actes de ce Colloque.

La seconde partie est un travail commencé à l'IHÉS et terminé après la fin du séjour de l'auteur, Alain Herreman. C'est une analyse textuelle de certains aspects de l'autobiographie de Grothendieck "Récoltes et semailles".

Pierre Cartier

Un pays dont on ne connaîtrait que le nom

(Grothendieck et les “motifs”)

par Pierre Cartier

INTRODUCTION

Aux mathématiciens il est inutile de présenter Alexander Grothendieck, reconnu pour l'un des plus grands scientifiques du 20ème siècle. Aux autres publics, il faut expliquer que le personnage ne se confond pas avec une réputation un peu sulfureuse, celle d'un homme en rupture, commettant ce qu'on peut appeler le suicide de son œuvre, et en tout cas détruisant sciemment son École Scientifique. Ce qui m'intéresse ici, c'est l'interaction entre une œuvre scientifique et une personnalité hors de la norme. Son cas n'est pas unique dans l'histoire de la science : qu'on songe à Ludwig Boltzmann par exemple. Mais il y a des différences essentielles : l'œuvre de Boltzmann fut rejetée par la communauté scientifique de son temps, et ne s'imposa qu'après sa mort ; au contraire, l'œuvre scientifique de Grothendieck, en dépit de sa nouveauté, fut acceptée immédiatement et avec enthousiasme, et développée par des collaborateurs et des continuateurs de premier plan. Le cheminement de Grothendieck me semble différent : une enfance dévastée par le nazisme et ses crimes, un père absent tôt disparu dans la tourmente, une mère qui le tenait dans son orbe et qui lui rendit longtemps très difficile sa relation aux autres femmes, tout cela que compense un investissement sans frein dans l'abstraction mathématique, avant que la psychose tenue à distance par cela même ne le rattrape et ne l'engloutisse dans l'angoisse de la mort – la sienne et celle du monde.

Le cas de Georg Cantor est intermédiaire, et a été bien analysé par Nathalie Charraud. Après une violente opposition à ses idées, le ralliement de mathématiciens de grande influence, tels Dedekind et Hilbert, lui permit d'avoir son apothéose au Congrès International des Mathématiciens¹ de 1900 à Paris. L'École française d'Analyse, de Poincaré à Borel, Baire et Lebesgue, se convertit avec enthousiasme aux idées de Cantor. Le naufrage final de Cantor est peut-être à attribuer au “syndrome Nobel” : je désigne par ce nom un type de dépression qui a saisi certains des récipiendaires du prix Nobel. Incapables de confronter leur personne et ce qui leur reste à vivre – surtout si la distinction est venue assez tôt – à ce personnage statufié par la reconnaissance mondiale, ils craignent d'avoir donné le meilleur d'eux-mêmes et de ne plus pouvoir se hisser à ces hauteurs. Forme d'autodérision aussi.

La typologie de Grothendieck est incroyablement complexe. Son obsession majeure, après Gauss et Riemann, et tant d'autres mathématiciens, tournait autour de la notion d'espace. Mais l'originalité de Grothendieck a été d'approfondir la notion de point

géométrique². Toute futile que puisse paraître une telle recherche, c'est un enjeu métaphysique considérable, et les problèmes philosophiques qui s'y rapportent sont loin d'être épuisés. Mais quelles préoccupations intimes, et quelles angoisses recouvre cette obsession du point ? La forme ultime de cette recherche, celle dont Grothendieck est le plus fier, tourne autour de la notion de "motif", vue comme un phare éclairant toutes les incarnations d'un même objet à travers divers habillages ponctuels. Mais c'est là aussi le point d'inachèvement de l'œuvre, un rêve, et non pas vraiment une création mathématique, contrairement à tout ce que je décrirai plus loin de son œuvre mathématique.

C'est donc sur une béance que débouche son œuvre. Mais l'autre originalité de Grothendieck est de l'accepter pleinement. La plupart des scientifiques sont plutôt soucieux d'effacer la trace de leurs pas sur le sable, de taire leurs fantasmes et leurs rêves, de construire leur statue intérieure – selon le mot de François Jacob. Un exemple typique est celui d'André Weil qui nous a laissé un produit fini, de facture classique, en deux mouvements : des *Œuvres Scientifiques*, recentrées par lui-même grâce à un *Commentaire* d'un intérêt palpitant, et une autobiographie, *Souvenirs d'apprentissage*, passionnante, mais soigneusement filtrée, où la pudeur et l'autocensure se masquent sous l'apparence d'un récit sans rides, et même désinvolte.

Grothendieck a joué un jeu différent, proche des *Confessions* de Rousseau. Du fond de la retraite qu'il s'est imposée depuis voici bientôt dix ans – et qu'il serait indécent de chercher à forcer – il nous a envoyé une volumineuse introspection³ : "Récoltes et Semailles". Je m'appuierai sur cette confession pour tenter de dégager quelques-unes de ses lignes de force. Il faut cependant ne pas être trop dupe : Grothendieck se montre à nu, du moins tel qu'il s'apparaît à lui-même, mais il y a des marques évidentes d'une paranoïa assez développée ; seule une analyse subtile pourrait révéler les blocages et les censures, partiellement inconscients. Mais l'existence de "Récoltes et Semailles" a suscité une curiosité malsaine dans un certain public, s'apparentant à l'engouement sectaire pour le gourou, le Prince Blanc imaginaire. Pour ma part, je m'en tiendrai à une analyse de l'œuvre, puis de la biographie de l'auteur, aussi rationnelle et honnête que possible, avant de laisser "Récoltes et Semailles" éclairer de l'intérieur cette œuvre exceptionnelle.

* * * * *

GENÈSE DE L'ŒUVRE MATHÉMATIQUE

Présenter en quelques pages son œuvre scientifique à un public non spécialisé relève de la gageure. Je prendrai pour ce faire appui sur l'analyse que Jean Dieudonné, longtemps

son associé le plus proche, en a faite en introduction au “Festschrift” produit à l’occasion des 60 ans de Grothendieck⁴.

L’héritage de la Théorie des Ensembles de Cantor a permis au 20ème siècle la création de l’“Analyse Fonctionnelle”. Il s’agit d’une extension du classique Calcul Différentiel et Intégral (créé par Leibnitz et Newton), où l’on considère non pas une fonction particulière (par exemple l’exponentielle, ou une fonction trigonométrique), mais les opérations et transformations que l’on peut faire subir à toutes les fonctions d’un certain type. La création de la “nouvelle” théorie de l’intégration, par Émile Borel et surtout Henri Lebesgue, au début du 20ème siècle, relayée par l’invention des espaces normés par Maurice Fréchet, Norbert Wiener et surtout Stefan Banach, a fourni de nouveaux outils de construction et de démonstration aux mathématiciens. C’est une théorie séduisante par sa généralité, sa simplicité, son harmonie, et capable de résoudre de difficiles problèmes avec élégance. Le prix à payer est qu’il s’agit le plus souvent de méthodes non-constructives (théorème de Hahn-Banach, théorème de Baire et ses conséquences) qui permettent d’affirmer l’existence d’un objet mathématique, sans en donner de construction effective. Il n’est pas étonnant qu’un débutant, épris de généralité, ait réagi avec enthousiasme à ce qu’il en avait appris à Montpellier, lors de ses études de licence avec des professeurs assez retardataires. En 1946, la théorie de Lebesgue avait presque 50 ans, mais n’était guère enseignée en France, et elle était encore considérée comme un outil de haute précision, à réserver aux artisans très habiles⁵.

A son arrivée dans le monde mathématique parisien, à 20 ans en 1948, il a déjà écrit un long manuscrit où il a reconstruit une version très générale de l’intégrale selon Lebesgue. Placé dans un milieu favorable, à Nancy, où Jean Dieudonné, Jean Delsarte, Roger Godement et Laurent Schwartz (tous appartenant au noyau actif de Bourbaki) s’efforcent de dépasser Banach, il révolutionne le sujet, et d’une certaine manière le tue. Dans sa thèse, écrite en 1953 et publiée en 1955, il crée de toutes pièces une théorie des produits tensoriels pour les espaces de Banach et leurs généralisations, et invente la notion d’“espace nucléaire”. Cette notion, créée pour rendre compte d’un important théorème de Laurent Schwartz sur les opérateurs fonctionnels (le “théorème des noyaux”), sera exploitée par l’école russe autour de Gelfand, et sera une des clés de l’application des techniques de probabilités aux problèmes de Physique Mathématique (mécanique statistique, théorie “constructive” des champs quantiques). Il quittera ce sujet, après un article, dense et profond, sur les inégalités métriques, qui alimentera les recherches de toute une école (G. Pisier et ses collaborateurs) pendant 40 ans. Mais, de manière assez caractéristique, il ne se préoccupera guère de la descendance de ses idées, et affichera toujours beaucoup d’indifférence et même d’hostilité à l’égard de la Physique Théorique, coupable d’avoir détruit Hiroshima !

Dès 1955, à l'âge de 27 ans, il commence une seconde carrière mathématique. C'est l'âge d'or des mathématiques françaises, où, dans l'orbite de Bourbaki, et sous l'impulsion surtout d'Henri Cartan, Laurent Schwartz et Jean-Pierre Serre, on s'attaque aux problèmes les plus difficiles de la géométrie, de la théorie des groupes, de la topologie. On dispose des outils nouveaux que représentent la théorie des faisceaux et l'algèbre homologique (inventés par Jean Leray d'une part, Henri Cartan et Samuel Eilenberg de l'autre), admirables de généralité et de souplesse. Les pommes du jardin des Hespérides sont ces fameuses conjectures⁶ qu'André Weil énonce en 1954 : en apparence, il s'agit d'un problème de combinatoire (compter les solutions de certaines équations où les inconnues sont prises dans un corps de Galois) d'une généralité décourageante (même si l'on connaît de nombreux cas particuliers significatifs). L'aspect fascinant de ces conjectures est qu'elles présupposent une *fusion des deux pôles antinomiques du "discret" et du "continu", du "fini" et de l'"infini"* : les méthodes inventées pour les besoins de la Topologie, pour contrôler les permanences dans la déformation continue des objets géométriques, doivent être mises à contribution pour énumérer des configurations en nombre fini. André Weil a aperçu la Terre Promise, mais il ne peut traverser la Mer Rouge à pied sec à l'instar de Moïse, et il ne dispose pas du vaisseau adéquat. Il a lui-même, pour les besoins de ses travaux, reconstruit la géométrie "algébrique" sur des bases purement algébriques, où la notion de "corps" est prédominante. Pour créer la géométrie "arithmétique"⁷ dont on a besoin, il faut remplacer la notion algébrique de corps par celle d'anneau commutatif, et surtout inventer l'adaptation de l'algèbre homologique qui apprivoisera la géométrie arithmétique. André Weil lui-même n'est pas ignorant de ces techniques ni de ces problèmes, et ses contributions sont importantes et multiples (adèles, nombre dit de Tamagawa, théorie du corps de classes, déformation des sous-groupes discrets de symétries). Mais André Weil est défiant devant les "grandes machines" et ne se familiarisera jamais avec les faisceaux, l'algèbre homologique ou les catégories, au contraire de Grothendieck, qui va les prendre à bras le corps.

La première incursion de Grothendieck dans ce nouveau domaine est un coup d'éclat, connu sous le sobriquet de "Tôhoku" (car publié dans le *Tôhoku Mathematical Journal* japonais en 1957, avec le titre modeste "Sur quelques points d'algèbre homologique"). L'algèbre homologique, conçue comme un outil général dégagé de ses cas particuliers, a été inventée par Cartan et Eilenberg (leur traité "Homological Algebra" paraît en 1956). Ce dernier livre est un exposé très précis, mais qui se limite à la théorie des modules sur les anneaux, et les foncteurs "Ext" et "Tor" qui leur sont associés. C'est déjà une vaste synthèse de méthodes et de résultats connus, mais les faisceaux ne rentrent pas dans ce cadre. Les faisceaux, dans l'œuvre de Leray, sont nés en même temps que leur homologie, mais il construit celle-ci de manière *ad hoc*, en imitation des méthodes géométriques d'Elie Cartan (le père d'Henri Cartan). A l'automne 1950, Eilenberg, présent pour une année à

Paris, entreprend avec Cartan de donner une caractérisation axiomatique de l'homologie des faisceaux, mais la *construction* conserve son caractère *ad hoc*. Lorsque Serre, en 1953, introduit les faisceaux en géométrie algébrique, le caractère apparemment pathologique de la "topologie de Zariski" le contraint à des constructions très indirectes. Le coup de génie de Grothendieck est de dépasser le problème par le haut, comme il allait le faire à de nombreuses reprises. En analysant les raisons du succès de l'algèbre homologique pour les modules, il dégage la notion de catégorie abélienne (inventée simultanément par D. Buchsbaum), mais surtout la condition technique qu'il désigne par le sigle AB5*. Cette condition garantit l'existence d'objets "injectifs". Les faisceaux satisfont à cette condition AB5*, et du coup, la méthode des résolutions injectives, fondamentale pour les modules, s'étend aux faisceaux, *sans artifice*. Non seulement, elle fonde l'homologie des faisceaux, mais elle permet un développement totalement parallèle pour les modules et les faisceaux, avec importation des Ext et des Tor chez les faisceaux. Tout est redevenu *naturel*.

Après cette période de "rodage" (1955-58), Grothendieck énonce en 1958 son programme de recherches : créer la géométrie arithmétique par une (nouvelle) refondation de la géométrie algébrique, recherche de la généralité maximale, appropriation des nouveaux outils créés pour les besoins de la Topologie, et déjà éprouvés par Cartan, Serre, Eilenberg. Il ose la synthèse qu'aucun des acteurs de l'époque (Serre, Chevalley, Nagata, Lang, moi-même) n'a osée, s'y jetant avec son énergie et son enthousiasme caractéristiques. Les temps sont propices, la science mondiale vit sa plus grande phase de développement dans les années 60, et le désenchantement des années soixante-huitardes n'a pas encore frappé. L'entreprise de Grothendieck fonctionne grâce à des synergies inespérées : la puissance de travail et de synthèse de Dieudonné promu scribe, l'esprit rigoureux, informé et rationnaliste de Serre, le savoir-faire des élèves de Zariski en géométrie et en algèbre, la fraîcheur juvénile du grand disciple Pierre Deligne, feront contrepoids à l'esprit aventureux, visionnaire et démesurément ambitieux de Grothendieck. L'institution nouvelle qu'est l'IHES, créée pour lui et autour de lui, mobilise une pléiade de jeunes talents internationaux. Organisée autour de la notion-clé de "schéma"⁸, la théorie de Grothendieck annexe successivement toutes les parties de la géométrie, même les plus nouvelles comme celle des "groupes algébriques". Utilisant une gigantesque machine : topologies de Grothendieck (étale, cristalline, . . .), descente, catégories dérivées, six opérations, classes caractéristiques, monodromie, . . . Grothendieck parvient à mi-chemin du but final que sont les conjectures de Weil. En 1974, Deligne y mettra la dernière main, mais entre temps, Grothendieck a tout laissé tomber en 1970, après 12 ans de règne scientifique sans partage sur l'IHES.

Les raisons de cet abandon en rase campagne ? Crûment dit, il est rattrapé par sa psychose, mais dans le contingent : désespoir d'être dépassé par son disciple préféré Deligne, "syndrome Nobel", mise à jour par la "révolution soixante-huitarde" de la contradiction entre le libertaire qu'il croit être et le mandarin universitaire qu'il est aux yeux des autres,

sentiment d'échec devant certaines de ses tentatives mathématiques avortées (conjecture de Hodge, conjectures dites standard), épuisement et lassitude après 20 années d'engagement total, jour et nuit, au service de sa muse mathématique ? Un mélange de tout cela.

Il reste à dire quelques mots de l'œuvre "posthume". Après la rupture avec le milieu mathématique, essentiellement consommée lors du Congrès International des Mathématiciens à Nice (septembre 1970), et deux années de *Wanderung*, il va redevenir "professeur de base" dans cette université de moyenne importance (Montpellier) où il avait fait ses études de licence. Il aura encore quelques élèves, dont aucun n'atteint le niveau de son équipe de l'IHES, et dont il s'occupe avec des fortunes diverses. Jusqu'à sa retraite officielle, en 1988 à l'âge de 60 ans, il travaillera par à-coups en mathématique, laissant une œuvre "posthume" non sans importance. Trois écrits majeurs :

– "A la poursuite des champs" (écrit en 1983) est une réflexion de 600 pages sur les catégories multi-dimensionnelles. Là se mêlent la combinatoire, la géométrie et l'algèbre homologique dans un projet grandiose. Après plus de 15 années d'efforts de plusieurs côtés, on vient de proposer trois définitions sans doute équivalentes (ou presque) des catégories multi-dimensionnelles (au sens large⁹). L'enjeu n'est pas seulement pour les mathématiques "pures", car une bonne théorie des *assemblages* a de nombreuses applications potentielles : informatique théorique, physique statistique...

– "Esquisse d'un programme" est un texte rédigé en 1984 à l'appui d'une demande de poste au CNRS. Grothendieck y esquisse (le mot est propre) la construction d'une tour (ou d'un jeu de Lego) décrivant les déformations de courbes algébriques.

– "La longue marche à travers la théorie de Galois", écrit avant le précédent (en 1981), donne des indications partielles sur les constructions réclamées dans l'"Esquisse".

Ces textes n'ont circulé que sous le manteau, à l'exception de l'"Esquisse" publiée grâce à l'insistance d'un groupe de fidèles. Curieusement, les vrais continuateurs de Grothendieck sont constitués par toute une École Mathématique russe (Manin, Drinfeld, Goncharov, Kontsevitch, pour ne citer que quelques-uns) qui ont eu très peu, si ce n'est aucun contact direct avec Grothendieck, et ont su capter l'héritage de méthodes issues de la Physique Mathématique – un domaine qu'il ignorait et abhorrait.

* * * * *

ÉLÉMENTS D'UNE BIOGRAPHIE

Il convient de décrire d'abord les origines familiales de Grothendieck, pour une mise en perspective correcte. Il y a trois personnages : le *père*, la *mère* et le *fil*s, remarquables

chacun à leur manière, et un fantôme – une demi-sœur aînée, par sa mère, qui serait récemment décédée aux États-Unis et qu'il n'a que peu connue¹⁰.

D'après mes informations, le père s'appelait Shapira – ce qui signe une origine hassidim. Il serait né à Belyje-Berega, aujourd'hui russe, à la limite de la Russie, de la Biélorussie et de l'Ukraine maintenant séparées. A l'époque, c'était une ville juive située en Ukraine, peuplée de juifs hassidim très pieux. En rupture avec ce milieu, Shapira fréquenta les milieux juifs révolutionnaires de Russie, et très jeune, à 17 ans, il participa à la révolution avortée de 1905 contre les tsars. Il paya cette participation de plus de 10 années de prison, et ne fut libéré qu'à l'occasion de la révolution de 1917. Ce fut le début d'une longue errance révolutionnaire, et la première d'une longue série d'incarcérations. J'ai entendu son fils me dire un jour avec une exaltation et une fierté certaines que son père avait fait de la prison politique sous 17 régimes différents. A quoi j'ai répondu, sans qu'il me démente, qu'il devrait figurer dans le *Who's who* de la Révolution. Mais c'est un signe des tabous bolcheviks qui subsistent encore de constater que la plupart des histoires du socialisme – même celles qui sont écrites par des trotskistes comme Pierre Broué – ne donnent pratiquement aucun renseignement sur Shapira et ses proches compagnons. Il y a encore là matière à des recherches historiques.

D'après ce que je sais, en 1917, il se retrouve dans les S.R. (socialistes révolutionnaires) de gauche, une des factions qui, à Saint-Petersbourg, se disputent le pouvoir. On sait que Lénine écrasera à la fin toutes les factions autres que les bolcheviks, sans compter les purges internes de ces derniers. Un des meilleurs récits, bien que romancé à l'évidence, est le livre fameux de John Reed : *Dix jours qui ébranlèrent le monde*. Grothendieck m'a toujours affirmé que l'un des acteurs décrits dans ce livre était son père. Après les purges de Lénine, on retrouvera Shapira partout où une révolution d'extrême-gauche éclate en Europe dans les années 20 – et Dieu sait qu'il y en eut. Bien sûr, il est avec Bela Kun à Budapest, avec Rosa Luxemburg à Berlin, avec les Soviets de Munich. Lors de la montée du nazisme en Allemagne, il lutte aux côtés du S.A.P. (parti socialiste de gauche) contre les nazis, et doit quitter l'Allemagne à la prise du pouvoir par Hitler. On le retrouve naturellement dans la guerre d'Espagne, dans les Brigades Internationales, version P.O.U.M. (comme Simone Weil, quel étonnant parallèle !). Après la victoire franquiste en Espagne, il rejoint sa femme Hanka et leur fils Alexander, réfugiés en France.

La fin de son histoire est à la mesure de la honte de notre pays. Quand il arrive en France, c'est un homme brisé, selon le témoignage de son fils. Il se laisse aller sans beaucoup de ressort, et puis, comme tant d'autres réfugiés antifascistes, émigrés d'Allemagne ou d'Espagne, il est interné, début 1939, au camp du Vernet. Il ne s'agit pas là, bien sûr, de camps d'extermination, encore que beaucoup de "retenus" soient morts de malnutrition, ou de manque de soins (à Gurs par exemple) ; mais où est la frontière entre un camp

de réfugiés, un camp d'internement et un camp de concentration¹¹ ? En tout cas, sans avoir retrouvé sa liberté, il sera livré par les autorités de Vichy aux nazis, et disparaîtra à Auschwitz. Le dernier témoignage qu'on ait de lui est un portrait à l'huile, hallucinant, dû au pinceau d'un codétenu du Vernet, et que son fils a conservé comme un talisman – on pourrait le prendre pour le portrait du fils tant leur ressemblance est frappante.

Hanka Grothendieck – c'est le nom de sa mère – est une Allemande du Nord. Dans les années 20, elle milite dans divers groupes d'extrême-gauche et s'essaye à l'écriture. Elle a une fille déjà mentionnée, puis rencontre Shapira, et Alexander naît à Berlin¹² en mars 1928. Elle émigre en France au moment de l'arrivée d'Hitler au pouvoir, et survit difficilement dans les cercles d'émigrés allemands – que Simone Weil fréquente beaucoup à l'époque. En septembre 1939, lors de la déclaration de guerre, la situation de ces réfugiés, déjà peu brillante, s'aggrave puisqu'ils sont désormais des “ressortissants ennemis”. En tout cas, Hanka et son fils seront internés à Mende dès 1939, et n'auront un peu de répit qu'après la débâcle de juin 1940.

Alexander – il tient beaucoup à cette orthographe – a été laissé derrière eux par ses parents lorsqu'ils quittent l'Allemagne. Il restera caché dans une ferme du Nord de l'Allemagne, jusqu'à 1938 environ (il a alors 10 ans), élevé par un instituteur du genre Freinet, qui pratique le “retour à la terre”. Cette idéologie “naturelle” (héritage du romantisme) est partagée par les groupes politiques les plus divers en Allemagne, des nazis aux socialistes, et anticipe ce que seront les Verts 50 ans plus tard. Mais la période dont il parlait le plus volontiers, c'est celle de son séjour au Chambon-sur-Lignon, de 1942 à 1944. On sait mieux maintenant ce qu'a été la résistance cévenole. Le Chambon-sur-Lignon, agréable station de vacances fréquentée surtout par des protestants, abrite un Lycée privé, le “Collège Cévenol”, qui n'était guère, avant 1939, qu'une “boîte à bachot” pour jeunes gens protestants riches. Pendant la guerre, le Collège Cévenol, dirigé par la poigne énergique du pasteur Trocmé, est le centre d'une résistance spirituelle au nazisme – en liaison avec une résistance militaire ancrée dans la tradition huguenote – et fait un magnifique travail de sauvetage d'enfants juifs. Grothendieck fut pensionnaire au Foyer Suisse, et élève au Collège, et laissa un souvenir suffisamment vif pour que je puisse en recueillir des témoignages directs à la fin des années 1950.

* * * * *

L'enfance est close – grâce au Collège Cévenol, il obtient son baccalauréat et devient étudiant à Montpellier en 1945. Commence la période de *formation scientifique*. Je vais donc reprendre de l'intérieur, avec l'aide de “Récoltes et Semailles”, la gestation de l'œuvre mathématique que j'ai décrite plus haut de l'extérieur.

C'est à Montpellier, lors de ses études de licence, que se situe son premier épisode franchement mathématique. Il se dit très peu satisfait de l'enseignement qu'on y donnait à l'époque. On lui avait bien expliqué comment on calcule le volume d'une sphère ou d'une pyramide, mais sans jamais lui définir la notion de volume. C'est le signe assuré d'un esprit mathématicien que de vouloir remplacer ce "comment" par un "pourquoi". Le professeur de Grothendieck lui avait assuré qu'un certain Lebesgue avait résolu tous (!) les problèmes mathématiques, mais que cela serait trop difficile à enseigner. Seul, avec très peu d'indications, Grothendieck reconstitue une version extrêmement générale de l'intégrale de Lebesgue. Il décrit bien dans "Récoltes et Semailles" la genèse de cette première œuvre mathématique, faite dans l'isolement ; il découvre qu'il est mathématicien sans savoir qu'il existe des mathématiciens. Bien sûr, il était entouré de condisciples et de professeurs qui pratiquaient honnêtement et correctement les mathématiques, mais qui ne pouvaient passer pour des mathématiciens : en toute bonne foi, il se croit le seul mathématicien au monde¹³.

C'est à son arrivée à Paris en 1948, licence de mathématiques en poche, que commence la période publique de Grothendieck – comme on parle de la période publique de cet autre petit rabbi qu'était Jésus. Son professeur de Montpellier – qui a fait autrefois avec Elie Cartan l'équivalent de l'époque du DEA – le recommande à son ancien maître. Il ignore qu'Elie Cartan est, à trois ans de sa mort, très diminué, et qu'il a un fils, Henri Cartan, devenu un mathématicien aussi célèbre que son père. C'est lui qui domine la scène mathématique parisienne – et donc française.

Le courant ne passe guère entre le grand universitaire protestant qu'est H. Cartan, et le jeune rebelle autodidacte. André Weil conseille d'envoyer Grothendieck à Nancy ; là, Jean Delsarte, un des pères fondateurs de Bourbaki, habile organisateur, a noyauté la Faculté dont il est le Doyen pour en faire la première marche de la conquête de l'Université par Bourbaki. Jean Dieudonné et Laurent Schwartz sauront discipliner Grothendieck juste ce qu'il faut pour qu'il ne s'éparpille pas dans toutes les directions, et surtout réfrène son goût immodéré pour la généralité extrême. Ils sauront lui suggérer des problèmes dans la lignée de son premier travail sur l'intégrale de Lebesgue. C'est trop peu dire que le disciple dépasse ses maîtres ; il pulvérise ce domaine de l'Analyse Fonctionnelle, mais par *un travail solitaire* où il n'a guère de compagnons ou de continuateurs.

C'est à Nancy qu'il devient adulte – au sens courant. D'une liaison avec sa logeuse lui naît un fils, Serge. Celui-ci a de nombreux frères et sœurs, et quand, quelques années plus tard, Grothendieck voudra s'occuper de lui personnellement, il est prêt à adopter toute la smalah. Il se lance dans une procédure en garde paternelle qui avait peu de chances d'aboutir – et qu'il compromet définitivement en utilisant la possibilité légale d'être son propre défenseur. Ce n'est que le début d'une vie familiale chaotique : il aura en tout cinq

enfants de trois mères, et il leur sera aussi peu présent que son père ne l'avait été avec lui.

Ses travaux mathématiques de Nancy avaient établi sa renommée, et il aurait pu continuer sur sa lancée. Mais il s'est très bien décrit lui-même comme un bâtisseur de maisons qu'il n'a pas vocation à habiter. Il commençait la carrière classique du chercheur, rapidement recruté et promu au CNRS, passant quelques années à l'étranger après sa thèse. Mais lorsqu'il revint de Sao Paulo, il avait clos le chapitre mathématique de l'Analyse Fonctionnelle.

* * * * *

Commence alors ce qui sera sa *grande période*, de 1958 à 1970, qui coïncide avec l'apogée de Bourbaki. L'événement, c'est que Léon Motchane s'est lancé dans cette aventure folle de la création de l'IHES (Institut des Hautes Études Scientifiques de Bures-sur-Yvette). Léon Motchane, qui rêvait d'être mathématicien, avait fait une carrière fructueuse dans les "affaires" ; mais il souhaitait faire une œuvre qui lui survécût. Dieudonné, que nous avons rencontré à Nancy, après quelques années d'exil aux deux Amériques, souhaitait revenir en France. Motchane lui offrit la première chaire de mathématiques du futur institut, et Dieudonné mit à son acceptation la condition de s'associer Grothendieck. Il était à un tournant de sa carrière ; il avait atteint la limite d'âge de 50 ans imposée par Bourbaki à ses collaborateurs, et il avait produit son œuvre la plus originale : les "groupes formels". Lui, qui était foncièrement un homme d'ordre et de tradition¹⁴, se mit une deuxième fois au service d'une entreprise révolutionnaire : après Bourbaki, les deux aventuriers Motchane et Grothendieck¹⁵.

Dans un extraordinaire partage des tâches, Grothendieck le jeune anime un des plus prestigieux séminaires mathématiques qui aient jamais existé. Il attire autour de lui tous les jeunes talents¹⁶ et se livre passionnément à la découverte mathématique, dans des séances de 10 à 12 heures consécutives (!). Il formule un programme grandiose, qui doit opérer une fusion de l'arithmétique, de la géométrie algébrique et de la topologie. Bâtisseur de cathédrale, selon sa propre allégorie, il distribue le travail à ses équipiers. Chaque jour, il envoie d'interminables et illisibles feuillets mathématiques à Dieudonné l'ancien ; celui-ci, assis à sa table de travail de 5 à 8 heures chaque matin, transforme ce gribouillis en une imposante collection de volumes, cosignés par Dieudonné et Grothendieck, et publiés dans les "Publications Mathématiques de l'IHES". Dieudonné abdique toute prétention personnelle, et se met au service de cette œuvre, avec la même abnégation que pour Bourbaki. Dieudonné ne reste que peu d'années à l'IHES, et, à la création de l'Université de Nice, en devient le premier Doyen des Sciences. Il ne cesse pas pour autant sa collaboration

avec Grothendieck, et trouvera encore l'énergie d'organiser en 1970 le congrès mondial des mathématiciens à Nice¹⁷.

Mais ce duo est en fait un trio. Jean-Pierre Serre, avec son sens aigu de l'unité des mathématiques, sa culture scientifique large et profonde, sa vivacité de réflexion et sa puissance technique, servira constamment de garde-fou. Il est l'intermédiaire obligé entre Weil et Grothendieck, qui ne se parlent plus directement, et contribue beaucoup à la clarification des conjectures de Weil déjà mentionnées. A une époque où la banlieue est tarifée téléphoniquement comme "conversations locales", c'est pendant plusieurs heures par jour que Serre et Grothendieck communiquent par ce truchement entre Paris et Bures. Serre est un parfait rabatteur – j'allais dire : entremetteur – mathématique, et il rabat le gibier pour qu'il tombe dans les filets de Grothendieck : dans des filets aussi solides, on ne se débat pas longtemps.

Le succès est immédiat et fracassant. Dès 1962, Serre déclare que la géométrie algébrique se confond avec la théorie des schémas¹⁸. Les publications, directes ou indirectes, s'amoncellent en des milliers de pages ; tout nouveau venu dans ce domaine mathématique se doit d'avoir tout lu, et quarante ans plus tard, nous n'avons pas encore à notre disposition l'exposé, assez succinct mais complet, qui s'imposerait. Comme Grothendieck l'a décrit dans ses allégories, un certain savoir-faire risque de se perdre, faute de souffle de vie. Après la retraite mathématique de Grothendieck, Deligne et Illusie feront une œuvre de chartiste en terminant de publier la série des "Séminaires de Géométrie Algébrique", mais Grothendieck ne leur en saura pas gré. Il est exact que ce qui subsiste de l'École de Grothendieck s'est refermé, qu'une certaine générosité s'est envolée, qu'un certain souffle s'est tari – mais on peut en dire autant de Bourbaki¹⁹.

* * * * *

Mais la Roche Tarpéienne est proche du Capitole ! La reconnaissance scientifique de Grothendieck atteint son apogée en 1966. Au Congrès mondial des mathématiciens de Moscou, il doit recevoir sa consécration : la médaille Fields²⁰. Les autorités soviétiques n'étaient pas très chaudes pour lui attribuer un visa (son père était devenu un "ennemi du peuple" après la révolution de 1917). C'était l'époque de la guerre du Vietnam, et de nombreux mathématiciens – dont Grothendieck et Smale, tous deux médaillés Fields 1966 – s'étaient engagés contre cette guerre. Dans le contexte de guerre froide entre l'URSS et les USA, alors très virulente, certains soviétiques ont peut-être cru pouvoir utiliser les mathématiciens. Mais la petite manifestation organisée par Smale et Grothendieck à Moscou leur a bien démontré qu'ils étaient difficiles à manipuler.

Si l'on veut bien permettre au novice en psychanalyse que je suis d'avancer une hypothèse, *c'est à Moscou que la faille s'est ouverte pour Grothendieck*, ou plutôt que la blessure fondamentale s'est rouverte. Cette blessure, c'est celle du *père absent*, victime des staliniens et des nazis, le père juif russe ressouvenu dans un pays où l'antisémitisme se réveille dans les années 1960 – s'il a jamais été éteint. Bien sûr, il y a ce que j'ai appelé plus haut le "syndrome Nobel", et sans doute Grothendieck s'est-il dit que sa médaille couronnait un programme inachevé, et soupçonnait-il déjà qu'il n'arriverait pas au bout de ses ambitions scientifiques ?

En même temps s'ouvrait la grande fêlure sociale qui conduira au mai 1968 français²¹, après le Berkeley fiévreux de 1965. Grothendieck ne s'était guère impliqué politiquement au moment de la guerre d'Algérie²² ; il voulait peut-être se racheter, et le passé révolutionnaire de ce père si admiré le rattrapait. En tout cas, cette fêlure sociale lui révéla ses contradictions. Certes, lui qui fut un proscrit, interné en France dès 1939, a toujours vécu de façon très modeste, même lorsqu'il fut devenu un des dieux des mathématiques mondiales. Il a toujours eu une attention extrême pour les SDF, ceux que la société largue sur le bord de la route ; sa maison fut toujours une sorte de cour des miracles, ce qui ne facilitait pas sa vie familiale, et il n'avait pas oublié les années difficiles de l'enfance.

Cependant, en 1968, lui qui s'est installé dans l'autoreprésentation du proscrit, de l'anarchiste, découvre qu'il est un pontife de la science mondiale, qu'il a autorité sur les idées et sur les gens. Dans cette période de contestation de toute autorité, même intellectuelle, il vit mal la coexistence de ses deux personnages ; ce sera le début d'une période de flottement, qui durera 4 ou 5 ans. Sa réponse provisoire sera la fondation d'un petit groupuscule, qui s'exprime dans un bulletin intitulé "Survivre", puis "Survivre et vivre". Ce mouvement a l'allure d'une de ces sectes écolo-catastrophistes qui fleurissent dans les années 1970 : le danger (réel à l'époque) d'une guerre nucléaire se conjugue à l'obsession de la pollution, ou de la surpopulation. Le pacifisme intégral hérité de son père y trouve son compte, et il verse sa renommée de scientifique dans la balance de ses idées militantes. Il croyait sans doute qu'un argumentaire social se fait avec les méthodes de la démonstration mathématique, et ne fit que braquer des auditoires pourtant avertis de sa prééminence de mathématicien, et réceptifs aux idées qu'il colportait. J'ai souvenir de deux incidents assez pénibles, à Nice en septembre 1970, et à Anvers en juillet 1973, où il ruina par sa provocation délibérée les efforts patients de ceux qui luttaient dans son sens, mais avec une vision plus politique.

Suivirent quelques années d'errance : démission de l'IHES en septembre 1970, sous un prétexte assez mineur²³ ; voyages à l'étranger ; nomination temporaire au Collège de France²⁴ ; enfin, nomination comme professeur à l'Université de Montpellier, celle de sa jeunesse pour laquelle il n'avait eu qu'une estime modérée.

* * * * *

De ses nouvelles années de Montpellier émerge un événement marquant, son *procès*. Comme je l'ai déjà dit, Grothendieck a toujours été accueillant à tous les marginaux. Dans les années 1970, la Lozère et le Larzac furent la Terre Promise de nombreux groupes hippies, et vue de l'extérieur, la maison de Grothendieck était l'un de ces phalanstères, et lui le gourou. A la suite de quelques incidents, réels ou grossis, la police locale était sur les dents, et fit un jour une descente chez Grothendieck. Le seul "délit" qu'on put relever contre lui était la présence d'un moine bouddhiste japonais, ancien étudiant en mathématiques au Tata Institute de Bombay, personnage fort inoffensif, mais dont le titre de séjour en France était expiré depuis trois semaines. C'est le genre de problème qu'un universitaire doit savoir comment régler, par une intervention au bon endroit, mais la philosophie de Grothendieck lui interdisait une telle démarche. Le résultat, inattendu, fut une convocation devant le Tribunal Correctionnel de Montpellier, six mois plus tard, le moine japonais déjà reparti aux antipodes. S'agissait-il d'un test préliminaire aux lois Pasqua, ou les autorités locales ont-elles confondu Grothendieck avec un petit hippie quelconque ? Ce qui devait n'être qu'un procès bâclé en dix minutes devint un événement majeur. Grothendieck, par une apparition au Séminaire Bourbaki, réussit à alerter quelques mathématiciens : Laurent Schwartz, Alain Lascoux et moi-même. Agitation dans le Landerneau intellectuel, mobilisation des réseaux, mise en jeu de la Ligue des Droits de l'Homme. Le jour du procès, le juge avait reçu 200 lettres de soutien à son justiciable, et d'un avion spécialement affrété débarquèrent togas de Doyen (Dieudonné en tête), soutanes mondaines de gauche, ténors du barreau. Grothendieck – dont c'était la deuxième apparition devant un prétoire – avait tenu à être de nouveau son propre avocat. Il fit une magnifique plaidoirie – dont j'ai quelque part gardé copie. Citant Socrate – naturellement – il conclut par l'exorde suivant : "Je suis poursuivi au nom d'une ordonnance de 1942 contre les étrangers. J'ai été interné pendant la guerre au nom de cette ordonnance, et mon père en est mort à Auschwitz. Je n'ai donc pas peur de la prison. Si vous appliquez la loi, je suis passible de deux ans de prison ferme ; je suis juridiquement coupable et je réclame donc ma peine. Bien entendu, sur un plan fondamental, je plaide non-coupable. C'est au juge de choisir : ou la lettre de la loi et donc la prison, ou les valeurs universelles et donc la relaxe". Vint ensuite une "mise en forme juridique de l'argumentaire" par Maître Henri Leclerc, qui fut plus tard président de la Ligue des Droits de l'Homme. C'était là le résultat d'un compromis laborieusement négocié avec Grothendieck, qui préférait perdre un procès plutôt que de transiger avec les formes. Hélas, comme Grothendieck l'avait prédit, le juge fut lâche et ordonna six mois de prison avec sursis. La peine fut confirmée en appel, mais l'émotion médiatique ne fut plus au rendez-vous.

Comme je l'ai déjà dit, il a pris sa retraite en 1988, et vit depuis un exil intérieur dans un petit village de la région de Montpellier. Auparavant, il vivait près de la fontaine de Vaucluse, dans une petite vigne cultivée par ses soins, au voisinage de sa fille aînée Johanna et de ses petits-enfants. Mais il semble maintenant avoir rompu tout lien familial. Il n'est pas indifférent que l'endroit où il vit soit si proche du camp du Vernet, tristement célèbre et associé à son enfance. Il n'a ni téléphone, ni adresse postale, et seuls quelques privilégiés connaissent l'endroit exact de sa retraite – sous promesse de ne pas le divulguer. Il vit seul, perçu par son voisinage comme un “professeur de mathématiques en retraite un peu fada”. Il a traduit sa spiritualité dans la tradition bouddhiste, et de ses ancêtres juifs orthodoxes a gardé le goût des interdits alimentaires. Il pratique la forme la plus extrême du végétarisme, et semble y avoir compromis sa santé. Le parallèle avec Simone Weil s'impose doublement, par son souci d'être l'égal des plus pauvres, et par une sorte d'anorexie mentale ; il est à craindre qu'il ait la même fin qu'elle, une forme de suicide par refus de s'alimenter.

* * * * *

AUTOPSIE D'UNE ŒUVRE

L'œuvre mathématique de Grothendieck en géométrie algébrique fait plus de 10.000 pages, publiées en deux séries. La première est intitulée “Éléments de Géométrie Algébrique” (avec le sigle EGA) en référence aux “Éléments” d'Euclide (et de Bourbaki) ; elle est entièrement de la plume de Dieudonné, et reste inachevée puisque 4 parties seulement ont été rédigées sur les 13 annoncées initialement. La deuxième série est intitulée “Séminaire de Géométrie Algébrique” (sigle SGA) en 7 parties. La composition en est plus mouvementée. Au départ, il y a ces Séminaires du Bois-Marie (du nom du domaine où est installé l'IHES) qu'il dirigea effectivement de 1960 à 1969. Les deux premiers furent rédigés par Grothendieck, ou sous son contrôle, et il veilla à leur publication ; le troisième séminaire fut rédigé essentiellement par Pierre Gabriel, et Michel Demazure (qui en a extrait sa thèse). Après, les choses sont plus complexes. Quand Grothendieck délaisse la scène mathématique en 1970, il laisse derrière lui un chantier inachevé, et un chantier en piteux état. Il y avait là des manuscrits (au sens propre) de Grothendieck, difficiles à déchiffrer, des exposés de séminaire déjà miméographiés, et des notes prêtes pour la publication. Il fallait en faire la synthèse, boucher les lacunes (importantes), ajouter un énorme travail de rédaction ; toutes tâches peu gratifiantes, dont il ne fallait attendre aucune récompense. Tout ceci fut accompli avec une grande fidélité, et une grande piété filiale, par Luc Illusie et Pierre Deligne. La pièce maîtresse, en vue de la démonstration des conjectures de Weil, est intitulée SGA 4, consacrée aux idées les plus nouvelles (en particulier les topos ; j'y

