

Devoir surveillé 1

Durée : 1 heure.

*Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et les téléphones portables.
Les exercices sont indépendants entre eux.*

Exercice 1. Exprimer comme produit de facteurs linéaires le polynôme suivant :

$$P(z) = 3z^2 + (-1 + i)z + 4i.$$

Exercice 2.

- (a) Énoncer les formules de Moivre.
- (b) Exprimer $\sin(3\alpha)$ et $\cos(3\alpha)$ en fonction des puissances de $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.
En déduire $\tan(3\alpha) = \frac{\sin(3\alpha)}{\cos(3\alpha)}$ en fonction de $\tan \alpha$.

Exercice 3.

- (a) Exprimer sous formes exponentielle et trigonométrique les solutions de l'équation $z^5 = 1$.
- (b) Représenter graphiquement ces nombres dans le plan.
- (c) Définir les racines primitives cinquièmes de l'unité et les déterminer.
- (d) Soit η une racine primitive cinquième de l'unité. Calculer :

$$\eta^2 + \eta^4 + \eta^6 + \eta^8.$$

Barème indicatif : Exercice 1 (7 points), Exercice 2 (6 points), Exercice 3 (7 points)