

Devoir surveillé 1

Durée : 1 heure.

*Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et les téléphones portables.
Les exercices sont indépendants entre eux.*

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante :

$$(2 - i)z^2 - 2z - 2i = 0.$$

Exercice 2.

- (a) Dédurre de l'expression $e^{i(\alpha+\beta)} = e^{i\alpha}e^{i\beta}$, les formules de $\sin(\alpha + \beta)$ et $\cos(\alpha + \beta)$.
- (b) Exprimer $\sin(4\alpha)$ en fonction des puissances de $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.

Exercice 3.

- (a) Exprimer sous formes exponentielle, trigonométrique et cartésienne les solutions de l'équation $z^6 = 1$.
- (b) Représenter graphiquement ces nombres dans le plan.
- (c) Définir les racines primitives sixièmes de l'unité et les déterminer.
- (d) Donné $a \in \mathbb{C}$, quelles sont les solutions de l'équation suivante ?

$$\frac{z + i}{z - i} = a.$$

Si $a = \eta^3$, pour quels valeurs de η , l'équation précédente n'a pas de solutions ?

Barème indicatif : Exercice 1 (7 points), Exercice 2 (5 points), Exercice 3 (8 points)