

DS 1

Exercice 1. *Intégrable ou pas ?*

Soient les fonctions définies sur \mathbb{R} et à valeurs réelles suivantes :

$$f_1(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{x}\right)^{5/6} & \text{si } x \geq 2, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$
$$f_2(x) = \begin{cases} \frac{1}{\tan x} & \text{si } |x| \leq \frac{\pi}{4}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Dessiner les graphes de ces fonctions. Déterminer si ces fonctions sont dans $L^1_{loc}(\mathbb{R})$, $L^1(\mathbb{R})$, $L^2(\mathbb{R})$.

Exercice 2. *Distribution ou pas ?*

1. Rappeler la définition d'une distribution.
2. Les applications $T : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ suivantes sont-elles des distributions ?
 - (a) $\langle T, \varphi \rangle = \varphi(1)^2$,
 - (b) $\langle T, \varphi \rangle = \varphi^{(30)}(130)$.