

**La conjecture *abc*
et quelques unes de ses conséquences**

Michel Waldschmidt

Institut de Mathématiques de Jussieu

<http://www.math.jussieu.fr/~miw/articles/pdf/Limoges.pdf>

Plan

I. Énoncé de la conjecture

II. État de nos connaissances

III. Quelques conséquences

Problème d'Erdős-Woods

Conjectures de Catalan, Pillai et Hall

Problème de Waring

Théorème de Thue-Siegel-Roth

Référence: <http://www.math.unicaen.fr/~nitaj/abc.html>

The six largest known values for $\lambda(abc)$

$$c = R(abc)^\lambda$$

	$a + b = c$	$\lambda(a, b, c)$	author(s)
1	$2 + 3^{10} \cdot 109 = 23^5$	1.629912...	Reyssat
2	$11^2 + 3^2 5^6 7^3 = 2^{21} \cdot 23$	1.625991...	de Weger
3	$19 \cdot 1307 + 7 \cdot 29^2 \cdot 31^8 = 2^8 \cdot 3^{22} \cdot 5^4$	1.623490...	Browkin – Brzezinski
4	$283 + 5^{11} \cdot 13^2 = 2^8 \cdot 3^8 \cdot 17^3$	1.580756...	Browkin – Brzezinski, Nitaj
5	$1 + 2 \cdot 3^7 = 5^4 \cdot 7$	1.567887...	de Weger
6	$7^3 + 3^{10} = 2^{11} \cdot 29$	1.547075...	de Weger

The six largest known values for $\varrho(abc)$

$$abc = R(abc)^e$$

$a + b = c$	$\varrho(a, b, c)$	author(s)
$13 \cdot 19^6 + 2^{30} \cdot 5 = 3^{13} \cdot 11^2 \cdot 31$	4.41901...	Nitaj
$2^5 \cdot 11^2 \cdot 19^9 + 5^{15} \cdot 37^2 \cdot 47 = 3^7 \cdot 7^{11} \cdot 743$	4.26801...	Nitaj
$2^{19} \cdot 13 \cdot 103 + 7^{11} = 3^{11} \cdot 5^3 \cdot 11^2$	4.24789...	de Weger
$2^{35} \cdot 7^2 \cdot 17^2 \cdot 19 + 3^{27} \cdot 107^2 = 5^{15} \cdot 37^2 \cdot 2311$	4.23069...	Nitaj
$3^{18} \cdot 23 \cdot 2269 + 17^3 \cdot 29 \cdot 31^8 = 2^{10} \cdot 5^2 \cdot 7^{15}$	4.22979...	Nitaj
$17^4 \cdot 79^3 \cdot 211 + 2^{29} \cdot 23 \cdot 29^2 = 5^{19}$	4.22960...	Nitaj

$$x^p + y^q = z^r$$

(x, y, z, p, q, r) in \mathbb{Z} , x, y, z are relatively prime

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} < 1$$

$$1 + 2^3 = 3^2,$$

$$2^5 + 7^2 = 3^4,$$

$$7^3 + 13^2 = 2^9,$$

$$2^7 + 17^3 = 71^2,$$

$$3^5 + 11^4 = 122^2,$$

$$17^7 + 76271^3 = 21063928^2,$$

$$1414^3 + 2213459^2 = 65^7,$$

$$9262^3 + 15312283^2 = 113^7,$$

$$43^8 + 96222^3 = 30042907^2, \quad 33^8 + 1549034^2 = 15613^3.$$

Le problème de Waring

$k = 2$	3	4
$g(k) = 4$	9	19
J.L. Lagrange	A. Wieferich	R. Balasubramanian J-M. Deshouillers F. Dress
1770	1909	1986

$k = 5$	6	7
$g(k) = 37$	73	143
J. Chen	S.S. Pillai	L.E. Dickson
1964	1940	1936