16 Août 1996

Approximation simultanée

par des produits de puissances de nombres algébriques

par

Michel WALDSCHMIDT (*)

Dédié au Professeur J.W.S. Cassels
à l'occasion de ses 75 ans

Abstract

Let $\zeta_1, \ldots, \zeta_d$ be real or complex numbers and let α_{ij} be nonzero algebraic numbers, $(1 \le i \le d$, $1 \le j \le \ell)$. We consider the simultaneous approximation of the numbers ζ_i by algebraic numbers of the form

$$\alpha_{i1}^{t_1} \cdots \alpha_{i\ell}^{t_\ell},$$

with $(t_1, \ldots, t_\ell) \in \mathbb{Z}^\ell$. A transference theorem reduces this question to a problem of diophantine approximation of logarithms of algebraic numbers, which we solve by means of an explicit version of the linear subgroup theorem.

Résumé

Soient $\zeta_1, \ldots, \zeta_d$ des nombres réels ou complexes, et soient α_{ij} des nombres algébriques non nuls $(1 \le i \le d$, $1 \le j \le \ell)$. On étudie l'approximation simultanée des nombres ζ_i par des nombres de la forme

$$\alpha_{i1}^{t_1} \cdots \alpha_{i\ell}^{t_\ell},$$

avec $(t_1, \ldots, t_\ell) \in \mathbb{Z}^\ell$. Un lemme de transfert ramène cette question à un problème d'approximation diophantienne de logarithmes de nombres algébriques, que nous résolvons grâce à une version explicite du théorème du sous-groupe linéaire.

(*) L'auteur a bénéficié du soutien de la Japan Society for the Promotion of Science : bourse JSPS 96029