

Algèbre homologique et topologie algébrique

Muriel Livernet

Cours de première période

Résumé: Les outils d'algèbres homologiques sont incontournables en topologie algébrique, et sont également utilisés dans bien d'autres domaines, comme la géométrie algébrique, la théorie des représentations ou la physique mathématique. Nous donnerons dans ce cours les bases d'algèbre homologique et nous étudierons les foncteur Tor et Ext. Nous appliquerons ces notions à l'étude de l'homologie et de la cohomologie des groupes, algèbres associatives et espaces topologiques.

Objectif: Donner de solides bases en algèbre homologique; étudier des exemples d'applications dans divers domaines ainsi qu'en topologie algébrique.

Plan du cours:

- (1) Langage des catégories
- (2) Complexes de chaînes, homologie, homotopie
- (3) Résolutions projectives, résolutions injectives
- (4) Foncteurs Tor et Ext
- (5) (Co)homologie des groupes; (co)homologie de Hochschild.
- (6) Axiomes d'Eilenberg-Steenrod pour l'homologie des espaces topologiques
- (7) Modèles acycliques, théorème d'Eilenberg-Zilber.
- (8) cup produit en cohomologie. Applications.

Prérequis: Cours d'algèbre commutative, notions de topologie.

Bibliographie:

- Allen Hatcher, *Algebraic Topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- Hilton, P. J.; Stammach, U. *A course in homological algebra*, Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 4. Springer-Verlag, New York, 1997
- Saunders Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 5. Springer-Verlag, New York, 1998.
- Saunders Mac Lane, *Homology*, Classics in Mathematics, Reprint of the 1975 edition, Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- James Munkres, *Elements of algebraic topology*, Addison-Wesley Publishing Company, Menlo Park, CA, 1984
- Charles Weibel, *An introduction to homological algebra*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 38. Cambridge University Press, Cambridge, 1994.