

## DEVOIR MAISON DE MATHÉMATIQUES N°1

1 BIO 1 - À RENDRE LE 21/09/12

### Exercice

Soit  $f$  l'application  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  définie par:

$$f(x, y) = (x + y, xy).$$

- (a)  $f$  est-elle injective?
- (b)
  - (i) Démontrer que tout  $(x', y')$  de  $\mathbb{R}^2$  a au plus deux antécédents.
  - (ii)  $f$  est-elle surjective? Sinon préciser  $f(\mathbb{R}^2)$ .
  - (iii) Préciser les éléments  $(x', y')$  de  $\mathbb{R}^2$  qui ont exactement un antécédent (en donner une représentation graphique dans un repère du plan).
- (c) Soit  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - 4y \geq 0\}$ . Soit  $g$  l'application de  $A$  dans  $\mathbb{R}^2$  qui, à chaque couple  $(x, y)$  de  $\mathbb{R}^2$ , associe le couple  $(x', y')$  défini par:

$$x' = \frac{x + \sqrt{x^2 - 4y}}{2}, \quad y' = \frac{x - \sqrt{x^2 - 4y}}{2}.$$

- (i) Vérifier que  $\forall (x, y) \in A, (f \circ g)(x, y) = (x, y)$ .
- (ii) En déduire sans calculs que  $g$  est injective.