

DM DE MATHÉMATIQUES N°7

1 BIO 1 - À RENDRE LE 4/02/2013

Nota: La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision dans les raisonnements et les énoncés des théorèmes entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 4

Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. Soit $v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$. On pose:

$$f_\lambda(v) = \begin{pmatrix} (1-\lambda)x & & & +t \\ & (1-\lambda)y & & +t \\ & & (1-\lambda)z & +t \\ x & +y & +z & +(1-\lambda)t \end{pmatrix}$$

(1) Résoudre en fonction de $\lambda \in \mathbb{R}$ le système $f_\lambda(v) = 0_{\mathbb{R}^4}$.

On pose:

$$v_1 = \begin{pmatrix} (1-\lambda) \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ (1-\lambda) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ (1-\lambda) \\ 1 \end{pmatrix}; \quad v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ (1-\lambda) \end{pmatrix};$$

(2) Trouvez pour quelles valeurs de λ la famille (v_1, v_2, v_3, v_4) est-elle libre dans \mathbb{R}^4 .

(3) Trouvez pour quelles valeurs de λ la famille (v_1, v_2, v_3, v_4) est-elle génératrice dans \mathbb{R}^4 .

(4) Déterminer lorsque (v_1, v_2, v_3, v_4) n'est pas génératrice à quelle(s) condition(s)

sur (a, b, c, d) , le vecteur $w = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$ appartient-il à $\text{Vect}((v_1, v_2, v_3, v_4))$?