230 - Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

Cf leçon de Caroline

1 Généralités

1.1 Convergence d'une série

Cesàro !

1.2 Critère de Cauchy pour les séries

1.3 Regroupement de termes

1.4 Séries absolument convergentes, commutativement convergentes

2 Séries à termes positifs

2.1 Critères de comparaison

2.2 Comparaison série-intégrale

2.3 Règles classiques

3 Séries à termes quelconques

3.1 Produit de Cauchy

3.2 Transformation d'Abel

3.3 Séries doubles

3.4 Séries semi-convergentes, séries alternées

Riemann !

3.5 Théorèmes taubériens

3.6 Formule d'Euler MacLaurin

Remplacer IV par :

4 Espaces ℓ^p

Définition 1. Espace ℓ^p.

Proposition 1. *ℓ^p est un evn (Minkovski).*

Proposition 2. *ℓ^p est complet, ℓ^2 est un Hilbert.*

Théorème 1. *Tout Hilbert séparable est isomorphe à ℓ^2.*

Exemple. Séries de Fourier.

5 Quelques exemples de calculs de sommes

5.1 Par SE

$\sum \frac{(-1)^n}{n} = -\ln 2$
$\sum \frac{n}{2^n} = 2$
$\sum \frac{n^2}{2^n} = 6$ [Gou p. 244]
$\sum \frac{1}{2^n n(n+2)}$
$\sum \frac{1}{(5n)!}$ [FGN p. 187]

5.2 Par SF

$\sum \frac{1}{n^2}$ etc [Gou]