Nom :	**CHAROLLOIS**
Prénom :	**Pierre**
Date de naissance	21 avril 1976 à Roanne, France
Situation familiale	marié, deux enfants
Nationalité	Français
Grade :	Maître de Conférences (Hors Classe)
Discipline/Section :	Mathématiques (25)
Etablissement :	Sorbonne Université
Unité :	Institut de Mathématiques de Jussieu IMJ-PRG (UMR 7586)
Arrivée :	Dans l'équipe de théorie des nombres : septembre 2006.
Adresse professionnelle	Institut de mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche Sorbonne Université 4 Place Jussieu 75005 Paris
Tél. professionnel	(+1) 01 44 27 85 71
e-mail	pierre.charollois@imj-prg.fr
page web	*https ://webusers.imj-prg.fr/ pierre.charollois/pageperso.html*

Cursus

depuis sept. 2006	Maître de conférences à Paris 6 (UPMC-Sorbonne Université)
2005 – 2006	Stagiaire postdoctoral à l'Univ. Mc Gill et au CRM (Montréal). à l'invitation de H. Darmon.
2001 – 2004	Thèse de Doctorat, soutenue le 13/12/2004 à l'Université de Bordeaux 1. Titre : "Formes modulaires de Hilbert et périodes de séries d'Eisenstein". sous la direction conjointe de Ph. Cassou-Noguès et Martin Taylor.

Investissement pédagogique durant les 5 dernières années

Depuis 2019, service à temps complet comme maître de conférences à Sorbonne Université ($\simeq$245h ETD en moyenne) en L1, L3, M1, M2 (tableaux de service détaillés en annexe 1).

Je n'ai jamais obtenu de délégation CNRS depuis que je suis titulaire de mon poste MCF en 2006.

• En 2019, j'ai participé, sous la direction de Antonin Guilloux, à la refonte de la maquette du cours de Mathématiques de L1 "pour tous", à destination des 4000 étudiants scientifiques entrants à SU.

• Depuis 2019, 50% de mon service est consacré à la préparation à l'agrégation de Mathématiques (épreuve d'algèbre), dans le cadre du M2 Enseignement des Mathématiques (SU).

• J'ai été responsable du cours de "Calcul Algébrique" en M1 (2016-2020), et du cours de M2 sur les formes modulaires (2017, 2018 et 2019), puis en 2022 et 2023 en remplacement de Jan Nekovàr.

• J'ai été chargé du cours de Théorie des Nombres (Tdn2) en M1 (2019-2023), et co-responsable du cours d'Algorithmique Algébrique en M1 (2020-2023).

• J'ai été responsable, pour la branche Sorbonne Université, du projet européen Bachelor in Mathematics Student Task (BMST), dans le cadre de l'alliance 4EU+ (voir les détails sur la page https://www.math.ku.dk/english/programmes/bmst2022/), en 2021 et 2022. Ce projet, initié en 2021 et financé par l'Union Européenne, permet aux étudiants (de niveau Bachelor-L3) une initiation au travail en collaboration internationale, et offre donc une belle opportunité pour les étudiants de Licence de Mathématiques de s'ouvrir à de nouveaux horizons.

Bilan des travaux de recherches durant les 5 dernières années

Thématiques générales de recherche développées sur ces dernières années et principaux résultats :

Mon domaine de recherche est la théorie des nombres effective. Mes travaux portent sur les valeurs spéciales de fonctions L, les formes modulaires, et les différents aspects 12ème problème de Hilbert, des thèmes centraux en théorie des nombres.

Une des questions qui m'intéresse ces dernières années a été de développer l'analyse d'une classe de cohomologie de type "Eisenstein" sur $GL_n(\mathbb{Z})$ introduite il y a 25 ans par R. Sczech, et qui avait été certainement négligée jusqu'ici par la communauté des arithméticiens. Avec mes différents collaborateurs, nous en avons proposé plusieurs raffinements entiers et p-adiques, qui ont donné lieu aux applications suivantes parues dans trois publications consécutives :

• En collaboration avec Samit Dasgupta (2014, Cambridge J. of Math.), nous donnons une preuve nouvelle de la construction des fonctions zêta p-adiques de Barsky/Cassou-Noguès/Deligne-Ribet. Notre méthode est basée sur les techniques de Eisenstein-Sczech qui nous permettent de construire des classes de cohomologie entières de $GL_n(\mathbb{Z})$. En corollaire, nous obtenons une minoration de l'ordre d'annulation des fonctions L p-adiques en $s = 0$, comme prédit par la conjecture de Gross. Ce résultat était jusqu'ici déduit (pour $p > 2$) des travaux de Wiles sur la conjecture principale d'Iwasawa.

• En collaboration avec S. Dasgupta et M. Greenberg (2015, Comment. Math. Helv.), nous construisons des classes de cohomologie pour $GL_n(\mathbb{Z})$ selon une technique alternative, initiée par Shintani-Solomon. Nous démontrons alors que le cocycle ainsi obtenu est relié à celui construit par Sczech par un cobord explicite. En particulier, la méthode de Sczech et celle de Shintani-Solomon pour démontrer la rationalité des valeurs de fonctions zêtas de corps de nombres totalement réels aux entiers négatifs donnent lieu à des classes de cohomologie identiques. Notre résultat permet ainsi d'unifier ces deux approches jusqu'alors distinctes du théorème de rationalité de Klingen-Siegel.

• En collaboration avec Nicolas Bergeron et Luis Garcia (2020, Japanese J. of Math.), nous construisons des classes Eisenstein en considérant une transgression explicite de la classe d'Euler rationnelle de $SL_n(\mathbb{Z})$, à la Bismut-Cheeger. Nous réalisons ces classes comme le noyau d'un relevé thêta régularisé pour la paire réductive duale (GL_n, GL_1). Cette approche robuste nous permet d'envisager des généralisations possibles à des paires (GL_n, GL_k) pour $k \geq 1$. Nous ouvrons ainsi la porte à une nouvelle famille de relevés qui relient la géométrie et la topologie des espaces localement symétriques réels à l'arithmétique des formes modulaires.

Ce nouveau relevé thêta, dans un contexte GL_n, est à rapprocher de la correspondance thêta de Kudla-Millson pour les groupes orthogonaux $O(p, q)$, qui a déjà conduit à plusieurs résultats profonds en géométrie arithmétique.

Notre propre correspondance thêta "Eisenstein" est, par plusieurs aspects, plus simple que celle de Kudla-Millson et paraît également prometteuse. Dans un travail avec N. Bergeron et L. Garcia (J. de Crelle (2023)), nous exploitons la flexibilité de ces techniques nouvelles pour démontrer une forme entière et explicite de la conjecture de Deligne-Sczech-Colmez sur l'algébricité des valeurs en des points critiques de fonctions L de Hecke associées à des Grössencharakters.

- Nous avons développé, avec Bergeron et Garcia, l'étude des "symboles modulaires partiels pour GL_n" attaché à notre cocycle, d'un point de vue théorique. Pour ce faire, nous avons reçu le soutien financier de l'AAP Émergence de Sorbonne Université sous l'acronyme "DELCO", pour la période 2021-2023. Ce projet a déjà débouché sur le livre "Cocycles de groupes pour GL_n et arrangements d'hyperplans", paru en 2023 à l'AMS (CRM Monograph series). Ce texte complète et renforce le lien entre les différents type de cocycles de Sczech introduits jusqu'ici, et le symboles modulaires (partiels) qui permettent de décrire la cohomologie Eisenstein de GL_n.

Une ramification personnelle de ce projet sur les cocycles consiste à en développer une approche computationnelle, dans le but d'obtenir des algorithme effectifs pour calculer de manière efficace leurs valeurs numériques sur des tores (plongés dans $GL_n, n = 2, 3, 4, \dots$) associés à des corps de nombres. Ce faisant, j'espère pouvoir mettre en évidence des raffinements nouveaux (p-adiques ou archimédiens) de la conjecture de Stark : un cocycle explicite comporte plus d'information que la classe de cohomologie qu'il représente. Ce phénomène est notamment illustré notre dernier préprint [BCG23], qui sera discuté dans la section suivante.

- Une approche un peu différente de cette correspondance Thêta pour la paire (GL_n, GL_2) a aussi fait l'objet de la thèse (2017-2020) de Hao Zhang à Sorbonne Université sous ma responsabilité (en co-direction avec H. Darmon, McGill).

• Parallèlement, je me suis également intéressé au calcul explicite de certaines formes modulaires réelles analytiques de poids 1 d'un type nouveau. En collaboration avec Yingkun Li (2020, J. of EMS), nous avons obtenons une formule explicite pour les coefficients de Fourier de formes de Maass harmoniques qui sont des relevés de séries Thêta de Hecke de poids 1 associées à des corps réels quadratiques. Ce résultat, un des trop rares exemples de développement de Fourier explicite de formes de Maass harmoniques en poids 1, trouve naturellement sa place au sein du programme de Kudla et d'analogues pour les corps quadratiques imaginaires (Duke-Li, Duke Math. J. 2015), et p-adiques (Darmon-Lauder-Rotger, Adv. Math. 2015).

Toutes les publications correspondantes, listées en Annexe 2, sont disponibles au téléchargement sur *https ://webusers.imj-prg.fr/ pierre.charollois/pageperso.html*, sur Arxiv et sur **HAL**.

Edition/Diffusion

• Avec Gerard Freixas et Vincent Maillot, nous avons été parmi les organisateurs de la conférence (récurrente) internationale "Regulators IV" à l'IMJ-PRG en 2016, sur le thème "Arithmetic L-functions and differential geometric methods" (53 participants). Nous avons sollicité et édité les contributions d'article originaux (avec rapporteurs) associés à cette conférence, qui sont parus en 2021 sous la forme d'un volume **338** à Progress in Math. (Birkhaüser).

Recherche actuelle et projet de recherches, octobre 2023.

Commençons par rappeler qu'une forme vague du 12ème problème de Hilbert, qui demande de trouver des générateurs explicites des corps de classes. "Hilbert voulait qu'on trouve et discute des fonctions jouant [...] le même rôle que la fonction exponentielle pour $\mathbb{Q}$ et que les fonctions modulaires elliptiques pour les corps quadratiques imaginaires" (J. Tate, 1984).

Dans notre dernier préprint (**"Complex cubic fields and $SL_3(\mathbb{Z})$-units"**, 2023)=[BCG23], en commun avec mes collaborateurs Nicolas Bergeron et Luis Garcia, nous apportons une contribution nouvelle au 12ème problème de Hilbert, allant au-delà des cas cyclotomiques et de la multiplication complexe. En effet, nous proposons une conjecture qui étend la construction classique des unités elliptiques au cas des corps de nombres cubiques complexes K. Cette conjecture concerne les valeurs spéciales de la fonction Gamma elliptique $\Gamma(z, \tau, \sigma)$, une fonction holomorphe de 3 variables qui trouve son origine dans la physique mathématiques ; ses formules de transformation modulaires sous l'action de $SL_3(\mathbb{Z})$ ont été étudiées par Felder et Varchenko au début des années 2000.

En utilisant cette fonction, nous construisons des nombres complexes qui, selon notre conjecture, sont des unités de certaines extensions abéliennes spécifiques de K, prescrites par la théorie du corps de classes. Nous proposons également une loi de réciprocité pour l'action du groupe de Galois, dans le style de Shimura.

Avant d'illustrer notre conjecture sur un exemple numérique, commençons par survoler rapidement la théorie classique des unités elliptiques, qui sont des unités spécifiques des extensions abéliennes des corps quadratiques imaginaires. La fonction analytique qui joue un rôle central dans cette théorie est la fonction thêta

$$\theta_0(z, \tau) = \prod_{n \geq 0} (1 - e^{2\pi i(n\tau + z)})(1 - e^{2\pi i((n+1)\tau - z)}).$$

A un facteur $ie^{-\pi i(z - \tau/6)}\eta(\tau)^{-1}$ près, où η est la fonction eta de Dedekind, il s'agit de la première fonction thêta de Jacobi (impaire). C'est une fonction holomorphe sur le produit du plan complexe par le demi-plan de Poincaré $\mathcal{H}$, dont le groupe de symétrie est $SL_2(\mathbb{Z})$.

Les unités elliptiques sont obtenues en évaluant des produits et des quotients de cette fonction thêta en des points spéciaux (v, τ) où τ est un élément quadratique imaginaire du demi-plan de Poincaré et v est un nombre rationnel. Considérons par exemple le cas où $\tau = (2 + i)/5$ et $v = 1/3$. Alors

$$\theta_0(1/3, (2 + i)/5)^5 \cdot \theta_0(5/3, 2 + i)^{-1}$$

appartient à une extension abélienne de $\mathbb{Q}(i)$ ramifiée seulement en 3, d'après *la théorie de la multiplication complexe.*

Plus largement, les nombres complexes ainsi obtenus permettent une construction analytique des extensions abéliennes d'un corps quadratique imaginaire, comme attendu par le "rêve de jeunesse de Kronecker". Ils encodent également des valeurs spéciales de fonctions zêta à travers la formule limite de Kronecker.

Notre travail est motivé par le désir de transposer la théorie des unités elliptiques au contexte **des corps complexes cubiques**. La fonction clef devient dans ce nouveau contexte la fonction Gamma elliptique. Introduite originellement en physique mathématique par Ruijsenaars en 1997, c'est la solution d'une variante elliptique de l'équation fonctionnelle d'Euler $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$, dans laquelle la fonction rationnelle z est remplacée par la fonction thêta ci-dessus. Elle a été étudiée en détail par Felder et Varchenko en 2000. Avec leurs conventions on a

$$\Gamma(z+\sigma,\tau,\sigma) = \theta_0(z,\tau)\Gamma(z,\tau,\sigma). \tag{1}$$

Maintenant trois périodes 1, τ, σ apparaissent, et la fonction gamma elliptique satisfait des identités modulaires sous $SL_3(\mathbb{Z})$, dont par exemple

$$\Gamma(z,\tau,\sigma) = \Gamma(z,\tau,\tau+\sigma)\Gamma(z+\sigma,\tau+\sigma,\sigma)$$

très analogue aux identités modulaires de θ_0 sous l'action de $SL_2(\mathbb{Z})$.

Pour $\tau,\sigma \in \mathcal{H}$, la fonction gamma elliptique est elle aussi définie par un produit infini convergent

$$\Gamma(z,\tau,\sigma) = \prod_{j,k=0}^{\infty} \frac{1-e^{2\pi i((j+1)\tau+(k+1)\sigma-z)}}{1-e^{2\pi i(j\tau+k\sigma+z)}},$$

et est étendue à $\mathbb{C}\times(\mathbb{C}-\mathbb{R})\times(\mathbb{C}-\mathbb{R})$ par les règles

$$\Gamma(z,\tau,\sigma) = \frac{1}{\Gamma(z-\tau,-\tau,\sigma)} = \frac{1}{\Gamma(z-\sigma,\tau,-\sigma)}.$$

Soit maintenant $K \subset \mathbb{C}$ un corps complexe cubique. Dans la droite ligne du 12-ème problème de Hilbert, nous proposons une manière conjecturale de produire des nombres algébriques qui engendrent des extensions abéliennes spécifiques de K. Ces nombres sont obtenus en prenant des produits et des quotients de la fonction gamma elliptiques évaluée en des points spéciaux (v,τ,σ).

La conjecture précise est spécifiée dans [BCG23], section 2. Donnons un exemple numérique lorsque $K = \mathbb{Q}(\beta)$, où $\beta = \sqrt[3]{7}\cdot e^{-\frac{2i\pi}{3}}$ vérifie $\beta^3 = 7$. Un certain idéal fractionnaire de K a pour $\mathbb{Z}$-base $\{1,\tau_0,\sigma_0\}$, pour le choix de

$$[\tau_0:\sigma_0:1] \in \mathbb{C}P^2 - \mathbb{R}P^2, \quad \tau_0 = \frac{2\beta+\beta^2}{15} \in \overline{\mathcal{H}}, \quad \sigma_0 = -\frac{2+\beta}{15} \in \mathcal{H} \quad \text{and} \quad v_0 = \frac{1}{3} \in \mathbb{Q}.$$

Alors le nombre complexe

$$\Gamma(v_0,\tau_0,\sigma_0)^5 \cdot \Gamma(5v_0,5\tau_0,5\sigma_0)^{-1} \approx -4.024029545\ldots - i\cdot 41.85595177\ldots \tag{2}$$

coïncide (au moins sur les 1000 premières décimales) avec une racine complexe de

$$\begin{aligned} Q = x^6 &+ (6\beta^2-14\beta+2)x^5 + (4\beta^2-6\beta+2)x^4 \\ &+ (106\beta^2-152\beta-103)x^3 + (4\beta^2-6\beta+2)x^2 + (6\beta^2-14\beta+2)x + 1. \end{aligned} \tag{3}$$

Ce polynôme est irréductible sur K, et son corps de décomposition H est une extension cyclique de K ramifiée seulement en 3. Puisque le polynôme Q est palindromique, l'inverse de (2) est aussi une racine de Q. Les 4 autres racines de Q sont encore obtenues en utilisant toujours la formule (2) avec le même v_0, mais cette fois à partir de

$$(\tau,\sigma) = \left(\frac{\beta^2+2\beta+75}{345}, -\frac{\beta+32}{345}\right) \quad \text{et} \quad \left(\frac{\beta^2+2\beta+15}{150}, -\frac{\beta-43}{150}\right).$$

En général nos unités conjecturales s'expriment comme des produits et des quotients de plusieurs valeurs de la fonction gamma elliptique. Nous prédisons également une loi de réciprocité pour l'action galoisienne. Sans pouvoir démontrer notre conjecture, nous donnons plusieurs confirmations numériques qui la soutienne, ouvrant ainsi une brèche dans le 12ème problème de Hilbert.

Le projet de recherches que nous prévoyons de déployer durant la délégation comporte trois volets.

I. Etablir que les invariants complexes que nous introduisons sont bien des "invariants de classes". En effet, notre construction, en l'état, dépend de plusieurs paramètres auxiliaires (notamment un idéal du corps cubique $\mathfrak{b}$ premier à un conducteur $\mathfrak{f}$, et un vecteur directeur λ dans $\mathbb{Z}^3$ satisfaisant certaines conditions de congruences). Numériquement, nous observons plusieurs propriétés attendues de l'invariant complexe $u_{\mathfrak{b},\lambda}$ que nous produisons :

1. Il ne dépend pas du choix de λ.
2. Il ne dépend que de la classe de $\mathfrak{b}$ dans le groupe des classes modulo $\mathfrak{f}$.
3. C'est un nombre algébrique.

Une partie de la conjecture centrale de notre article, sans doute la partie plus abordable, stipule que $u_{\mathfrak{b},\lambda} \in \mathbb{C}$ satisfait les propriétés 1 et 2 ci-dessus. Comme le théorème principal de [BCG23] relie, au moyen d'une formule qui ressemble à la formule limite de Kronecker, la *valeur absolue* $|u_{\mathfrak{b},\lambda}|$ à des dérivées en $s = 0$ de fonctions zêta partielles attachées à $(K, \mathfrak{f}, \mathfrak{b})$, on en déduit que $|u_{\mathfrak{b},\lambda}|$ est bien un invariant de classes. Par conséquent, la valeur absolue de $u_{\mathfrak{b},\lambda}$ satisfait les propriétés 1 et 2. L'ambiguïté potentielle consiste donc en un nombre complexe du cercle unité.

Ces propriétés 1 et 2 sont des avatars naturels de leurs analogues classiques issus de la multiplication complexe. Grâce aux propriétés de modularité de la fonction Gamma elliptique sous l'action $SL_3(\mathbb{Z})$, il paraît envisageable de les démontrer, au moins partiellement.

II. Evidemment, maintenant que l'on dispose d'une formule analytique pour les invariants $u_{\mathfrak{b},\lambda}$ comme produits infinis, ainsi que de tous ces tests numériques probants, il est indispensable d'envisager de démontrer leur algébricité. Il est certainement prématuré d'évoquer dans ce texte toutes les lignes d'attaque possibles ; signalons cependant que la géométrie sous-jacente à la fonction gamma elliptique semble être celles d'une "triptic curve", comme l'ont déjà analysé Felder et al (Duke Math. J., vol 141.1 (2008)). Si l'on veut algébriser cette construction, il faudra peut-être considérer des structures de Hodge adéquates. Le motif correspondant nous échappe encore.

III. Le cas des corps complexes cubiques considéré dans notre article n'est que le premier étage d'une famille infinie de corps pour lesquels notre construction doit être considérée : celle des **corps "presque totalement réels"**, ou ATR (almost totally complexe). Ce sont les corps de nombres qui possèdent exactement une place complexe.

De façon un peu inattendue, il nous apparaît que c'est le cadre naturel de la généralisation (archimédienne) de la théorie de multiplication complexe des corps quadratiques imaginaires : les corps quadratiques réels ne sont pas adaptés à notre construction, mais dès qu'on dispose d'une (et d'une seule !) place complexe pour un corps de nombres L de degré n sur $\mathbb{Q}$, alors il existe une fonction "à la Felder-Varchenko" $\Gamma(z, \tau_1, \ldots, \tau_n)$ holomorphe sur le produit $\mathbb{C}\times\mathcal{H}^n$. Ce quotient de produits infinis doit nous permettre de produire des invariants attachés à la place complexe de L, qui seront probablement algébriques et dans une extension abélienne spécifique de L.

Ces analogues supérieurs de la fonction gamma elliptique forment, lorsque n varie, une hiérarchie de fonctions, la fonction θ_0 étant le premier niveau de cette hiérarchie, et $\Gamma(z,\tau,\sigma)$ le niveau suivant. Par exemple, l'obstruction à ce que $z \mapsto \Gamma(z,\tau,\sigma)$ soit σ-périodique est donnée par la fonction $\theta_0(z,\tau)$, comme le montre l'identité (1). De même, l'obstruction à ce que $z \mapsto \Gamma(z,\tau_1,\ldots,\tau_n)$ soit τ_n-périodique est donnée par la fonction $\Gamma(z,\tau_1,\ldots,\tau_{n-1})$.

Les fonctions $\Gamma(z,\tau_1,\ldots,\tau_n)$ possèdent aussi des symétries pour le groupe $SL_n(\mathbb{Z})$ (établies notamment par Narukawa (Adv. Math. vol. 189 (2004))). L

Nous nous attendons donc à ce qu'une procédure d'évaluation des ces fonctions, en des points ATR du corps de base L, conduise à des unités dans des extensions abéliennes de L.

C'est justement l'objet de la thèse de Pierre Morain (initiée en sept. 2023 sous ma direction et celle de Antonin Guilloux) que de généraliser la construction ci-dessus au cas des corps de nombres *ATR quartiques*. Maintenant que la brèche est entrouverte, il est clair que, même si nous disposons d'une avance technique, c'est une direction naturelle dans laquelle vont s'engouffrer d'autres groupes de chercheurs. Il faut donc agir rapidement et efficacement sur ce plan.

Notons également qu'il y a une famille spécifique de corps ATR quartiques L que l'on peut considérer, ceux qui sont *extension quadratique d'un sous-corps quadratique réel* M. Comme je l'ai déjà montré avec Henri Darmon ("Arguments des unités de Stark et périodes de séries d'Eisenstein" , Algebra and Number Theory vol. 2.8 (2008)), cette situation relative biquadratique $L/M/\mathbb{Q}$ se prête de manière alternative à une approche du 12ème problème de Hilbert via les formes modulaires de Hilbert pour le groupe $SL_2(\mathcal{O}_M)$. Une fois la construction de P. Morain établie pour L via les fonctions gamma elliptiques pour $SL_4(\mathbb{Z})$, il sera intéressant de revisiter et d'essayer de comparer plus précisément les constructions anciennes et modernes dans ce contexte particulier.

Encadrement de projets de recherche

• **Encadrement de Thèse (80%)** à Sorbonne Université, initiée le 1er septembre 2023. Etudiant : **Pierre Morain**, équipe Ouragan, sur un financement de l'Ecole Polytechnique. Co-direction avec Antonin Guilloux (Ouragan, INRIA) (20%)

Titre : "Arithmétique des fonctions Gamma elliptiques supérieures."

Pierre Morain a déposé le 10/6/24 sur Arxiv un manuscrit original https://arxiv.org/abs/2406.06094 de 50 pages qui présente ses premiers résultats numériques et théoriques probants dans le cas d'un corps quartique ou quintique. Il a de suite été orateur invité pour les présenter oralement à la conférence internationale "Recent progress on Hilbert 12th problem" (22 au 24 juin 2024 à Edimbourg https://www.icms.org.uk/Hilberts12th).

• **Encadrement de Thèse (40%)** à Sorbonne Université, initiée le 1er septembre 2024. Etudiant : **Mateo Crabit**, sur un financement de SU.
Co-direction avec Jan Vonk (Leiden) et Julien Grivaux (SU).

Titre : "Sur certaines variantes du singular moduli de Gross-Zagier."

• **Encadrement de Thèse (80%)** à Sorbonne Université, initiée le 1er octobre 2017. Etudiant : **Hao Zhang**, sur un financement de l'ENS Ulm.
Co-direction de Henri Darmon (McGill) (20%).

Titre : "Elliptic cocycle for $GL_N(\mathbb{Z})$ and Hecke operators."

Soutenue le 10 septembre 2020 à Sorbonne Université, devant le jury composé de Nicolas Bergeron, François Brunault, P.C. , Henri Darmon, Paul Gunnells, Loïc Merel, Ariane Mézard, Bernadette Perrin-Riou.

Texte disponible sur HAL : https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-02970508

Résumé : Un résultat classique d'Eichler, Shimura et Manin affirme que l'application qui associe à une forme cuspidale f sur $SL_2(\mathbb{Z})$ associe son polynôme de périodes r_f est compatible aux opérateurs de Hecke. Hao Zhang propose une généralisation de ce résultat à un cadre où le polynôme de périodes r_f est remplacé par une familles de fractions rationnelles de N variables équipées de l'action de $GL_N(\mathbb{Z})$. Pour cela il développe une théorie des opérateurs de Hecke sur le cocycle elliptique récemment introduit par Charollois. En particulier, lorsque f est une forme propre, la fraction rationnelle correspondante est un vecteur propre. De plus, les valeurs propres et la fonction L associées sont déterminées. Enfin, il donne quelques exemples numériques pour la série d'Eisenstein et la fonction Δ de Ramanujan.

Encadrement de post-docs :

• (2015-2017) Milton Espinoza (Doctorat à Universidad de Chile, 2012). Maintenant à Universidad de Valparaiso, Chili.

• (2025-2026) Marti Roset (Doctorat à Univ. McGill, 2025). Financement FSMP.

Encadrement de mémoires de M1/M2 récents :

• (mars.-sept. 2024) Mateo Crabit.
Stage de M2, SU, sujet : "On singular moduli."

- (janv.-juillet. 2023) Pierre Morain.
Stage de M2, SU, sujet : "Multiple elliptic Gamma functions and Eisenstein series."
- (janv.-juillet. 2023) Paolo Bordignon.
Stage de M2, SU, sujet : " two variables p-adic L-functions."
- (janv.-sept. 2022) Léonard Pelletier.
Stage de M2, SU, sujet : "Sommes de Dedekind en dimension supérieure."
- (janv.-juin 2022) Afonso Li.
TER Stage de M1, SU, sujet : "Valeurs de fonctions zêta de corps quadratiques réels aux entiers négatifs."
- (janv.-juin 2022) Margaux Valide.
TER Stage de M1, SU, sujet : " Nombre de classes des corps quadratiques et fractions continues, d'après Zagier."
- (mai-sept. 2020) Samuel Laurent.
Stage de M2, SU, sujet : "Rational period functions."
- (mars-juin 2018) Arthur Brugnon.
Stage de M2, UPMC, sujet : "Traces of singular moduli."
- (mars-juin 2018) Orel Cosseron.
TER Stage de M1, UPMC, sujet : "Les séries de Gunnells-Sczech et leur calcul efficace."

Missions de longue durée à l'étranger sur invitation (autres que conférences)

- 1) 2018-2019 : 3 séjours de 1 mois au CRM de Montréal
  du 28/3/18 au 28/4/18,
  du 22/6/18 au 22/7/18,
  du 8/4/19 au 9/5/19.
  Chaire de Professeur Simons-CRM.
- 2) 2015 : séjour de 2 mois au CRM de Montréal. Chercheur invité par Henri Darmon pour le semestre spécial en arithmétique.

(avant 2015)

- 3) 2013 : séjour de 3 semaines à Univ. of Tokyo : chercheur invité (par Takayuki Oda).
- 4) 2011 : séjour de 1 mois à Mc Gill University : chercheur invité (par Henri Darmon).
- 5) 2009-2010 : séjour de 2 mois au CRM de Barcelone : invited researcher.
- 6) 2008 et 2009 : deux séjours de 2 mois à UC Santa Cruz : chercheur invité. (collaboration avec Samit Dasgupta).
- 7) 2007 : séjour de 4 mois à Harvard : visiting scholar invité.

Diffusion vers le grand public

- exposé ClubMath Université de Montréal (7/2/2024) https://tinyurl.com/y22d3sr8
- exposé Aromaths, Sorbonne Université (15/3/2024)
- exposé Math Park, IHP (14/12/2024)
- interview Science et avenir, dossier "Pourquoi certains problèmes mathématiques résistent encore", 4p. juillet-août 2024.

Exposés récents comme orateur de séminaire

- 19 juin 2025 : Séminaire d'arithmétique de Strasbourg
- 5 juin 2025 : Séminaire d'arithmétique de l'ENS Lyon
- 17 janvier 2025 : Séminaire "Equations différentielles motiviques et au–delà", (IHP)
- 3 oct. 2024 : QVNTS de Montréal
- 19 sept. 2024 : Séminaire de théorie des nombres de Grenoble
- 17 mai 2024 : Séminaire de théorie des nombres de Caen
- 22 fév.2024 : Séminaire de théorie des nombres IAS/Princeton
- 22 jan. 2024 : Séminaire de théorie des nombres : Cologne
- 19 jan. 2024 : Séminaire de théorie des nombres : Bordeaux
- 2 oct. 2023 : Séminaire de théorie des nombres de l'IMJ-PRG

Invitations comme orateur à des conférences internationales récentes

(sur les 6 dernières années)

- 18 août 2025 : "Arithmetic cycles, modular forms and L-functions " (Darmonfest) (Montréal)
- 6 oct. 2024 : Conférence "Maine-Québec", à la mémoire de N. Bergeron (Québec).
archimede.mat.ulaval.ca/MAINE-QUEBEC/24/qm24.html
- 25 juin 2024 : Conférence "Recent progress on Hilbert 12th problem" (Edimbourg) www.icms.org.uk/Hilberts12th .
- 12 juin 2024 : Simons symposium "Periods and L-values", (Ellmau).
www.simonsfoundation.org/event/periods-and-l-values-of-motives-2024
- 23 oct. 2020 : Workshop "Arithmetic quotients of locally symmetric spaces", (Montréal, à distance)
- 23 oct. 2020 : "Barcelona Mathematical Days", number theory session (à distance).
- Juil. 2018 : "Canadian Number Theory Association Conference CNTA XV", (Québec).
- Juil. 2018 : "CICMA postdoc program celebration", (Montréal).

Responsabilités d'animation de la recherche :

- **Responsable** de l'AAP Émergence (Idex Sorbonne Université) "**DELCO**", 2021-2023.
- **co-organisateur** avec J. Bergdall, G. Chenevier, S. Dasgupta, M. Dimitrov, A. Medvedovsky de la conférence en la mémoire de Joël Bellaïche, (ENS), 18-21 juin 2024. https://www.eventcreate.com/e/bellaiche/
- **co-organisateur** avec Luis Garcia des "Eisenstein days at UCL" (Univ. College London), 18-19 décembre 2023. https://www.ucl.ac.uk/~ucahljg/EisensteinWorkshop2023.html
- **co-organisateur** local, avec Henri Darmon de la journée "algebraic cycles, L-values and Euler systems" en l'honneur de Bernadette Perrin-Riou (Sorbonne Université), 24 janvier 2023. https://webusers.imj-prg.fr/~pierre.charollois/ConferenceBPR.html
- **Rapporteur et membre du jury de thèse** de Mike Daas " " à l'Université de Leiden, le 20/10/2024.
- **Rapporteur et membre du jury de thèse** de Marti Roset " à McGill University, le 18/7/2025.
- **Membre** de l'ANR "**GALF**", 2019-2024.

Responsabilités un peu plus anciennes :

- **Co-éditeur** du volume d'actes de conférence "Arithmetic L-functions and differential geometric methods ", vol. 338 Progress in Math (Birkhaüser, 2021).
- **Membre du jury de thèse** de Stéphane Horte " Zéros exceptionnels des fonctions L p-adiques de Rankin-Selberg " à l'IMB (Bordeaux), le 29/9/2019.
- **Co-organisateur local** de la conférence " Regulators IV " à l'IMJ, mai 2016. (55 participants).
- **Organisateur** solo du workshop "Regulators and modularity" à l'IMJ, déc. 2015. (40 participants).
- **(2011-2017, 2024-) Co-organisateur local** du séminaire de théorie des nombres Paris-Londres.
- **Membre** de l'ANR "**Régulateurs**", 2012-2016.
- **Membre** du comité de sélection de Besançon, section 25, recrutement 2014.
- **Membre** du comité de sélection de Paris 6, section 25 : Recrutements 2013-14-15.
- **Rapporteur** pour *Exp. Maths., International journal of number theory, JTN de Bordeaux, Ramanujan J. of Math, Duke Math. J., J. of EMS, Trans. AMS, JNT* .....

Responsabilités collectives et d'intérêt général durant les 4 dernières années

Responsabilités les plus récentes :

- **Membre élu** au Conseil d'Administration, Faculté des Sciences de SU (2021 -).
- **Membre élu** au Conseil de Laboratoire de l'IMJ-PRG (2017 -).
- **Responsable adjoint** de l'équipe de théorie des nombres de l'IMJ-PRG (2019 -).

Annexe 2 : Liste classée de publications récentes (4 années précédentes), disponibles sur Arxiv ou HAL

Articles dans des revues internationales à comité de lecture.

• P. Charollois, Yingkun Li. *"Harmonic Maass forms associated to real quadratic fields"*. J. of the EMS. vol. **22.4** (2020), p. 1115-1148. Erratum vol. **23.3** (2021), p. 1051. https://arxiv.org/abs/1612.03351

• Nicolas Bergeron, P. Charollois, Luis Garcia. *"Transgressions of the Euler class and Eisenstein cohomology of $GL_n(\mathbb{Z})$"*. Japanese J. of Math. **15.2** (2020) (special feature : Takagi Lectures), p. 311-379. https://hal.science/hal-02886362v1

• Nicolas Bergeron, P. Charollois, Luis Garcia. *" Eisenstein cohomology classes for GL_n over imaginary quadratic fields"*. J. Crelle 797 (2023), p. 1-40. https://hal.science/hal-03887751v1

Articles soumis.

• [BCG23] Nicolas Bergeron, P. Charollois, Luis Garcia. *" Complex cubic fields and $SL_3(\mathbb{Z})$-units."* Soumis (2023, 32 pages). Disponible sur Arxiv et https://hal.science

Livre (peer-reviewed)

• Nicolas Bergeron, P. Charollois, Luis Garcia. *" Cocycles de groupe pour GL_n et arrangements d'hyperplans."* CRM Monograph series vol. 39, AMS (2023, 141 pages). https://hal.science/hal-03955119

Edition d'ouvrage collectif.

• P. Charollois, G. Freixas, V. Maillot (Ed.). *Arithmetic L-functions and differential geometric methods. Conference Regulators IV (Paris, May 2016)*. Birkhaüser, Progress in Mathematics vol. **338** (2021).

Publications plus anciennes

• P. Charollois. *"Sommes de Dedekind associées à un corps de nombres totalement réel"*. J. Crelle, vol. **610** (2007), p. 125-147. https://hal.science/hal-00137564v1

• P. Charollois, Henri Darmon. *"Arguments des unités de Stark et périodes de séries d'Eisenstein"*. Algebra & Number Theory, vol. **2.6** (2008), p. 655-688. https://hal.science/hal-02972678v1

• P. Charollois, Samit Dasgupta. *"Integral Eisenstein cocycle on GL_n, I : Sczech's cocycle and p-adic L-functions of totally real fields"*. Cambridge J. of Math., vol. **2.1** (2014), p. 49-90. https://hal.science/hal-02981532v1

• P. Charollois, Samit Dasgupta, Matthew Greenberg. *"Integral Eisenstein cocycle on GL_n, II : Shintani's cocycle. "* Comment. Math. Helv. **90.2** (2015), 435-477. https://hal.science/hal-02972696v1

• P. Charollois, Matthew Greenberg. *"Rationality of secant zeta values"*. Annales mathématiques du Québec vol. **38.1** (2014), p.1-6. https://hal.science/hal-03195547v1

Article de survol/histoire des mathématiques.

• P. Charollois, Robert Sczech. *"Elliptic functions according to Eisenstein and Kronecker : an update". Newly found notes of lectures by Kronecker on the work of Eisenstein.* EMS Newsletter **101** (2016), 8-14. https://hal.science/hal-03197278v1
Une traduction en chinois en est également parue dans Math. Adv. in Translation **36.3** (2017), 219-231.