Postface

Ce livre est un livre rare, un livre extraordinairement intelligent ; c'est aussi un livre intensément russe. Les premiers qualificatifs vont presque de soi, le dernier sans doute moins. Car Yuri Ivanovitch Manin est un mathématicien russe. Cette simple assertion devrait suffire à faire bondir toute lectrice, tout lecteur, d'une curiosité et d'un plaisir anticipés. Comment peut-on être mathématicien ? Comment peut-on être russe ? Comment peut-on être un mathématicien russe ? Ces questions nous touchent de beaucoup plus près qu'il n'y paraît de prime abord, et ce livre offre une occasion presque unique de les approcher avec une réelle authenticité. L'auteur, originaire de la Crimée où il passe son enfance, né à la pire époque des procès staliniens, est bien l'un des plus brillants représentants de l'école russe de mathématiques de sa génération. Il a également formé, encore que le mot soit ici impropre, quelques unes des étoiles de la génération suivante, dont A.A. Beilinson et V.G. Drinfeld, qui comptent parmi les quelques mathématiciens les plus originaux de la fin du vingtième siècle. Ce sont eux, avec une poignée d'autres mathématiciens de Russie, de France, d'Allemagne, des États-Unis et d'ailleurs, qui ont véritablement fait entrer les mathématiques dans un vingt-et-unième siècle qui pour elles, au rebours peut-être de ce que l'on peut craindre dans d'autres domaines, s'annonce tout aussi fécond qu'un vingtième siècle qui les a lui-même transformées de fond en comble. Qui plus est, Y.I. Manin est l'un des mathématiciens qui a le plus réfléchi sur sa science ou son art, comme on voudra, et sur bien d'autres choses encore. Ainsi est-il par exemple grand connaisseur d'icônes, tout en ayant conservé, de l'expérience soviétique, un regard très critique sur ce qu'il nomme “le marché des idées” comme sur la façon dont l'économie du même nom oriente aujourd'hui la recherche scientifique, jusqu'à notre très contemporaine “culture de la finance”.

Il est peut-être aussi difficile à la grande majorité des lectrices et lecteurs français de se former une image authentique de la Russie que des mathématiques : deux pays lointains, froids, brumeux, mystérieux, incompréhensibles en leurs premiers principes. Non seulement ce livre peut contribuer à rapprocher ces contrées ni si lointaines ni si froides, mais il le fait par l'exemple, à sa façon précisément russe, parfois quelque peu chaotique et authentiquement profonde. À lui seul il réfute, toujours par l'exemple, la majeure partie de la triste épistémologie occidentale née autour du Cercle de Vienne, laquelle, s'agissant des mathématiques, s'est longtemps épuisée à assimiler faussement logique et mathématiques, cultivant des traits d'union qui n'ont guère lieu d'être (logique-et-mathématique, science-et-technique) ou qui du moins méritent des détours que l'écrasante majorité des auteurs, et des plus lus, n'ont jamais entrepris ou même seulement aperçus. Ici il est question de "vraies" mathématiques, c'est-à-dire d'algèbre, de géométrie et d'analyse, soit encore du temps, de l'espace et de ce monstre que le dix-neuvième siècle – allemand – a baptisé *le continu*. Le lecteur sentira, au fil des pages, et la pertinence de cette classification, et comment le vingtième siècle, avec notamment, en tout dernier lieu, A. Grothendieck, a fini par la faire elle-même éclater. Il se persuadera que la logique, d'Aristote à Gödel et au-delà, fait bien partie du jeu, mais pas de la manière élémentaire et stérile qu'ont serinée tant d'auteurs, à trop peu de frais. Et puis rien ne lui manquera de cet attrait que Y.I. Manin a ressenti toute sa vie, comme beaucoup de locataires de la deuxième moitié du vingtième siècle, pour la linguistique, sous des formes qui ne sont pas toujours celles sur laquelle a insisté un structuralisme peut-être plus familier, encore que celui-ci doive beaucoup lui aussi à un certain vent d'est, de V. Propp à R. Jakobson et au-delà.

À écouter ce grand récit – qui n'a rien, il faut l'avouer, de "post-moderne" – à l'admirer se déroulant sous nos yeux, on rencontre à chaque pas, on trébuche, on tombe dans un puits d'histoire, d'horreurs et de merveilles, maudit et enchanté tout à la fois. Naissance à Simferopol, en Crimée, en 1937. Et pourquoi la Crimée ? Tout un pan de l'histoire de la Russie déjà se montre en se cachant, l'accès à la mer, les déplacements de population, l'évacuation de la Russie d'Europe pendant la guerre, mais aussi deux siècles ensemble, la zone de résidence, une université très particulière à Rostov sur le Don, etc., etc. En 1937 : soit au moment des pires procès staliniens, un an avant la mort de Mandelstam, nul ne sait au juste ni où ni quand, frigorifié, épuisé, dans l'interminable convoi de la douleur. Juin 1941 : Andreï Nikolaïevitch Kolmogorov écrit sur le spectre de la turbulence un article génial, qui passera à la postérité sous l'abréviation K41. Il le fait précéder par un vibrant appel : mes frères, mes sœurs... la Wehrmacht vient de franchir la frontière russe. 1942, Stalingrad, où Churchill voit immédiatement, sinon le début de la fin, du moins la fin du début : Yuri Ivanovich a cinq ans, son père l'emmène pêcher sur le bord d'un ruisseau (voir l'*Introduction*), toujours en Crimée... et ce faisant lui transmet un enseignement qui le suivra toute sa vie. Automne 1943 : Ivan Gavrilovitch tombe au front, privé même du pauvre télégramme d'annonce, notification administrative à la famille sur un mauvais papier gris, de celles qui se répandent en une pluie de ténèbres et de larmes mêlée de neige fondue dans *Le conte des contes* de Yuri Norstein, ou parmi les éclats de lumière et de sable jaillissant sous les doigts de Ksenyia Simonova. Etc. etc. On n'en finirait pas. Imre Toth raconte que pas très loin de là, dans le Budapest de l'immédiat après-guerre, il tenait les percussions dans un orchestre symphonique, aux côtés du jeune György Ligeti ; parfois, pendant ces silences qui pour les percussionistes peuvent durer quelques dizaines de mesures, ils se permettaient de discuter. Et de quoi parlaient-ils ? Entre autres des relations d'incertitude de Heisenberg, presque neuves alors, découvertes par un Heisenberg de vingt ans. Aucun des deux n'était ni n'est devenu physicien mais, à Budapest comme à Moscou, comment ne pas se faire une idée de la mécanique quantique, comment de ne pas la fréquenter, quand ce serait seulement de loin ?

À la fin des années cinquante Yuri Manin qui étudie, chose plus rare, la géométrie algébrique à Moscou, avec Igor Shafarevitch, est également passionné de mécanique quantique. D'ailleurs il n'y a pas une mécanique quantique mais deux au moins, la première, celle dont Dirac disait qu'elle constituait un mystère (et le constitue toujours), et puis la deuxième, la théorie quantique des champs, que le même avait déjà qualifiée de "foncteur", mi-figue mi-raisin comme sait l'être un Anglais. Il y a donc deux mécaniques quantiques comme il y a deux villes, Moscou et Petrograd, un temps Leningrad, ou Petersburg – sainte ou non – voire simplement "Peter" (à vrai dire il y a *trois* villes ; la troisième se nomme Kiev – mais c'est une tout autre histoire). La ville de Manin, sa mécanique quantique, c'est celle de Moscou plutôt que celle de la diffusion quantique, celle de Petersburg, autrement dit celle de Ludwig Faddeev que cependant élèvera en une extraordinaire symphonie mathématique l'un des premiers "étudiants" de Manin, V.G. Drinfel'd, introducteur en particulier des "groupes quantiques", et qu'il ira jusqu'à rapprocher d'un autre sommet encore perdu dans la brume, issu lui des rêveries d'un certain Alexandre Grothendieck, aujourd'hui théorie dite de Grothendieck-Teichmüller, ce dernier enfin, jeune mathématicien très remarquable et chef des étudiants SA de Göttingen, tombé on ne sait où... sur le front de l'Est, le front russe. Drinfel'd recevra la médaille Fields en 1986, au Congrès International des Mathématiques qui se tenait cette année-là à Berkeley. Enfin, presque – nous sommes encore sous Brejnev, à Vladimir Gershomovitch le visa de sortie est refusé et il peut tout juste faire parvenir au congrès un texte qui sera lu par Pierre Cartier, après une nuit blanche passée à tâcher d'en saisir les grandes lignes. Etc. etc. Non, décidément, on n'en finirait pas.

Mais ça, ce n'est donc pas tout à fait encore la mécanique quantique de Manin même s'il y a apporté de très précieuses et profondes contributions. Il se révèle en tous cas un adepte émerveillé, enthousiaste, du mystérieux pouvoir de la *linéarité*, ce trait décisif du vingtième siècle physico-mathématique ou plus généralement scientifique, depuis la mécanique quantique dans sa version "de Copenhague" et la théorie quantique des champs jusqu'aux motifs grothendieckiens, Yuri Ivanovitch, confiant aussi dans le fait que les beautés mathématiques de la théorie des cordes rencontreront un jour la nature, elle qui après tout donne son nom à la "physique". Pour lui, le vingt-et-unième siècle sera quantique ou ne sera pas. Pour son ami David Mumford, il sera stochastique. Pour le regretté Vladimir Voevodsky et d'autres, il sera (infiniment) catégorique et homotopique. Ou tout cela à la fois, ou autre chose que nous ne voyons pas encore, ou qui perce seulement à travers un brouillard que Manin ne se lasse jamais de sonder avec une intelligence toujours aiguë, aux aguets, surprenante, savante et naïve tout à la fois comme une authentique recherche sait l'être.

* * *

Approchons-nous, tâchons de suivre quelques uns des fils colorés qui courent à travers l'ouvrage et percent allègrement la frontières entre les prétendues "deux cultures", une expression malheureuse souvent attribuée à C.P. Snow, lequel n'a fait en vérité que l'expliciter, reprenant un véritable cliché *occidental* que ce livre précisément pourrait contribuer à "déconstruire" sinon dissoudre. Sans doute en Russie n'a-t-il jamais eu cours – ou bien d'une tout autre manière. Pascal est assurément un immense penseur en même temps qu'un très grand écrivain, mais le jour où il a écrit son "morceau" sur l'esprit de géométrie et l'esprit de finesse, il n'a pas rendu service à tout le monde, entérinant pour des siècles à venir, d'une autorité future que sans doute il ne présageait pas, une forme de "commissurotomie cérébrale", césure radicale entre les deux hémisphères de notre cerveau, pour adopter ce qui est moins qu'une vérité scientifique mais davantage qu'une métaphore physiologique. Notons en passant que des *trois* cultures prônées ou célébrées en particulier par Wolfgang Lepenies (in *Die drei Kulturen*, 1985), la troisième, celle qui se rattache aux sciences humaines et plus spécialement en l'occurrence à la sociologie, ne s'est jamais véritablement autonomisée ou émancipée. Toujours est-il que s'il fallait condenser les profondes réflexions de Yuri Ivanovitch dans ce livre en deux mots, je choisirais ceux de *linéarité* et de *langage*. Le premier est en principe purement scientifique. Il s'oppose entre autres à la fameuse "croissance exponentielle" chère à la grande presse. Au vrai Balzac proposait déjà dans *César Birotteau*, en 1837, un principe qu'il place lui-même en italiques et qui, dit-il, "doit dominer la politique des nations aussi bien que celle des particuliers : *Quand l'effet produit n'est plus en rapport direct ni en proportion égale avec sa cause, la désorganisation commence*". Comme quoi lorsque le capitalisme, que Balzac a ici explicitement en vue, abandonne les vertus – toutes relatives – de la linéarité, on peut s'attendre à ce que les ennuis commencent. On sait combien l'avenir lui a donné raison !

Scientifiquement, le vingtième siècle a été pour une large part celui de la linéarité, depuis l'avènement de la mécanique quantique jusqu'au rêve des motifs d'Alexandre Grothendieck. Ainsi les mathématiques ont-elles accompagné le développement de la physique quantique, *linéaire* jusque dans ses fondements, depuis la théorie des représentations des groupes de Lie jusqu'à celle de l'homotopie opéradique et aux ∞-catégories. La réflexion que mène Yuri Manin sur le *langage* est d'un ordre différent, plus général peut-être, et si ce livre est très russe, il est aussi à sa façon ancré dans un certain vingtième siècle, tout en franchissant courageusement, l'air de rien, quelques unes des bornes de celui-ci. Ce faisant, à la manière du poisson rouge de l'enfance de Michel Foucault, il nous aide à jeter un précieux et difficile coup d'œil hors du bocal de notre présent – tout en continuant d'y nager.

* * *

Reprenons maintenant, en un bref parcours, le cheminement de ce volume. Yuri Ivanovitch Manin a vécu plusieurs vies, y compris professionnelles. Pour beaucoup de mathématiciens il est d'abord un très remarquable spécialiste de géométrie algébrique et de théorie des nombres, ce que son impressionnante liste de publications, consultable dans ce volume, confirme à l'envie. Cependant il n'est pas question ici d'aborder des problèmes véritablement "techniques" ; il importe plutôt de prendre le titre au sérieux :

les mathématiques comme métaphore. Comme le mot l'indique, une métaphore transporte et, comme la langue le confirme, ce transport est toujours, d'une certaine façon, intransitif. Une métaphore ne transporte pas une vérité en une autre, elle n'est pas analogie, elle *nous* transporte d'abord. Toute icône, toute image, tout signifiant est en un sens métaphore, faisant signe vers... Tout comme, lorsque Dieu crée l'homme à son image, toute forme de mimesis se doit d'être dès l'abord congédiée. Cependant, si ce livre est bien de son siècle, c'est que les mathématiques y sont mises immédiatement en rapport avec la langue : l'icône, l'image, n'y fait que de brèves apparitions. Le Verbe est premier, ce qui n'est certes pas à dire que les mathématiques soient ici conçues comme un langage, au sens assez plat d'un simple "système de signes" que leur ont conféré des épistémologies réductrices.

La langue est première mais pourvue d'un mystère dont on peut dire qu'il touche les deux hémisphères de notre cerveau et bien plus encore – et cela même en un sens demeure métaphore. Tout l'effort de l'auteur, ou presque, va à comprendre et faire comprendre ce qu'une langue peut bien vouloir dire, si tant est qu'elle s'attache d'une manière ou d'une autre à véhiculer une forme de *vérité*. Son résumé des acquis de la logique mathématique du premier vingtième siècle est très remarquable. À travers les travaux de Hilbert, Church, Gödel, Turing, Tarski, Markov, Kolmogorov et d'autres encore, cette logique qui s'est d'abord appuyée sur les travaux de Cantor a tracé "une carte des frontières du monde idéal de Leibniz" (cf. p. 396 pour un très bref vademecum). Si l'on se risque à contracter encore cet enseignement, on dira que nous avons appris que la syntaxe peut toujours se réduire à une forme ou une autre de "calcul" (de là l'injonction leibnizienne : "calculemus !") mais que la sémantique déborde toujours la syntaxe et que la vérité que cette dernière est capable d'exprimer, cette vérité-là n'est jamais tout entière vérifiable de manière formelle ; elle nous mène toujours, inexorablement vers un dehors du langage, quelle que puisse être la richesse expressive de celui-ci (pourvu du moins qu'il ne soit pas au contraire trop pauvre).

Les trois chapitres qui traitent de logique en un sens assez large (I.4, 5 & 6) sont non seulement très remarquables mais de plus la troisième partie (en particulier les chapitres III.1 à III.4) leur est liée d'une manière aussi suggestive qu'en un sens mystérieuse. L'écho est perceptible, qui se met difficilement en mots. Ces chapitres racontent entre autres comment les travaux de Gödel (I.5) et ceux de Cantor (I.4) se répondent presque immédiatement. Les ensembles en tant qu'ils dessinent pour nous une sorte de rassemblement minimal de l'intuition (*Anschauung*), le calcul de l'infini, la syntaxe comme calcul, l'indécidabilité puis la calculabilité entendue comme récursivité, de même que, par opposition, l'incalculabilité (I.6), tout ceci s'engrène avec une cohérence étonnante. Au centre on trouve un argument très simple et profond, l'argument de la diagonale de Cantor, celui-là même qui a d'abord permis à celui-ci de montrer que deux infinis bien connus des mathématiciens d'alors sont effectivement "différents" : il y a effectivement davantage de points dans le continu, ce monstre que découvre et s'efforce d'explorer l'analyse du dix-neuvième siècle (et qui est loin d'être "dompté" ; nous y avons en un sens heureusement renoncé...) que de nombres entiers, ce matériau familier à Euclide et dont là encore nous avons avant tout découvert que sa richesse est infinie (traduction : la distribution des nombres premiers n'est pas déterminée par une fonction récursive). Comme l'écrit Manin, l'argument de la diagonale dit que le cardinal des parties d'un ensemble (fini ou infini) est "largement" supérieur au cardinal de cet ensemble, ou encore que pour tout cardinal x, 2^x est "largement" supérieur à x. Tout l'effort va ensuite, bien entendu, à conférer un sens précis à l'adverbe. De tels arguments, si simples et si lourds de conséquence (celui-ci est à la base de l'hypothèse du continu, de la preuve du théorème de Gödel et d'autres résultats encore), sont rares et précieux en mathématiques. On peut comparer par exemple celui-ci à l'argument rapporté par Euclide qui démontre l'existence d'une infinité de nombres premiers. C'est dire aussi qu'on ne saurait trop recommander à tout lecteur de tâcher d'en pénétrer la logique, aussi simple que profonde. Bien des arguments que l'on rencontre dans les articles "ordinaires" de mathématiques, en particulier de géométrie arithmétique, sont infiniment plus "sophistiqués" et s'appuient sur un matériau beaucoup plus riche et complexe. C'est pourtant ce genre d'arguments simples et directs, comme celui de la diagonale, presque enfantin dans son principe, qui ont parfois révolutionné notre manière de penser, inaugurant un "calcul de l'infini" tout en présageant l'inéluctable ouverture de la syntaxe sur son au-delà. Le théorème d'indécidabilité de Gödel, c'est en un sens assez précis le paradoxe du menteur ("je mens" affirme le rusé Crétois... allez comprendre...) joint à l'argument de la diagonale. Il n'en fallait pas davantage pour mettre à bas le beau programme formaliste, couronnement d'un dix-neuvième siècle – occidental... – sûr de lui-même et de ses pouvoirs, de David Hilbert, gloire – justifiée –

des mathématiques allemandes. Le vingtième siècle, avec ses bizarreries, ses mystères, son instabilité, ses incertitudes, ses horreurs aussi, pouvait véritablement commencer.

* * *

Il n'est sans doute pas nécessaire de forcer la cohérence entre les diverses parties de l'ouvrage. Cependant, encore une fois cette cohérence existe, elle insiste, elle ne laisse pas oublier, quand bien même elle ne saute pas aux yeux. L'auteur est un éminent mathématicien russe, aussi fermement ancré dans le vingtième siècle que désireux de se projeter, avec sa science, dans un siècle nouveau. Tout est là, mot à mot. La deuxième partie est donc consacrée à la physique, ou plutôt aux relations entre physique et mathématiques, vues à travers les yeux d'un mathématicien. Les motifs s'entrelacent d'une manière très spécifique et convaincante, même si l'on pardonnera peut-être au rédacteur de cette postface un point de vue qui ne coïncide pas toujours avec celui de l'auteur. En quelques mots il est question du contraste entre le monde classique et le monde quantique, des mystérieuses beautés de l'intégrale de chemin et des rapports étonnants entre la théorie des nombres et la physique. Quel lien, s'il existe, avec la première partie de l'ouvrage ? La question n'est pas anecdotique en ce qu'elle revient d'abord à interroger la modernité de la mécanique quantique elle-même. La place manque pour développer ici un sujet scientifiquement et historiquement très riche. Là encore ce livre a le grand mérite de nous présenter un point de vue très argumenté et très fort, même s'il n'est pas le seul possible. Peut-être peut-on avancer qu'il y a quelque chose de l'ordre de la langue dans la mécanique quantique, laquelle participerait ainsi, à sa façon, du fameux tournant.

Ce n'est évidemment pas à dire que la physique quantique développe son propre langage, mathématique en premier lieu. Cela va de soi. C'est plutôt que le monde quantique est un monde dans lequel l'*information* joue un rôle particulier. Ce qui est *calculable*, ce qui est *observable*, ce qui est *mesurable* dans ce monde au sujet d'un système donné, ressortit à une forme ou une autre d'information, toujours partielle (conformément aux relations d'incertitude de Heisenberg). Cependant, attention ! Ce livre se place, sans même y insister, du côté de l'interprétation dominante, celle qui a historiquement "gagné la partie", celle que l'on appelait jadis l'interprétation de Copenhague. Cette victoire historique est peut-être par elle-même très parlante : elle suppose une forme de défaite du kantisme, en ce que la chose en soi n'est pas seulement inconnaissable, elle devient inexistante ; elle disparaît. Le déterminisme, fût-il caché, signerait un retour possible des arrière-mondes et, afin de conjurer celui-ci, nous nous devons d'explorer le monde des phénomènes sans songer un instant à chercher une cause à leur apparaître. Autrement dit la physique classique, celle qui précisément fait fond sur la causalité, aurait irrévocablement fait son temps. Dieu est libre de jouer aux dés si et comme il l'entend. Ce n'est pas le lieu d'entrer plus à fond dans cette question de la consonance entre modernité, mathématique en particulier, et mécanique quantique, mais il valait la peine de pointer au moins un doigt vers ce lieu où se silhouette une cohérence avec la première partie de l'ouvrage. Conséquence plus immédiate et d'ordre éminemment physique : il serait difficile de soupçonner à la lecture du présent ouvrage un rapport entre l'onde ψ solution de l'équation de Schrödinger (ou de Dirac) et l'onde de de Broglie attachée par exemple à un électron, laquelle se diffracte en traversant un cristal on ne peut plus matériel.

Il suffit. Plongeons-nous plutôt un instant avec l'auteur, non sans un enthousiasme compréhensible, dans les attachantes bizarreries de ce monde quantique, un monde où le dilemme "observable *vs* non observable" fait écho à celui de la première partie, "calculable *vs* non calculable". Ce monde est celui de l'information, des probabilités et de la linéarité, cette dernière sous-tendant l'appareil mathématique aujourd'hui pour une part presque classique (espaces de Hilbert, opérateurs, etc.) qui mène à un *calcul*, lequel fournit en particulier des spectres, eux-mêmes en dernier ressort formés avant tout de nombres. Un appareil *mathématique* nous fournit des nombres : les comprenons-nous ? Et d'ailleurs, comprenons-nous l'appareil lui-même ? En un sens les deux réponses sont négatives. Notons qu'ici il est à peine question de ce qu'un physicien serait tenté d'invoquer d'abord et avant tout : la réponse de la nature, autrement dit de l'expérience, ou encore l'adéquation avec les nombres que fournissent des appareils *physiques*. Oublions ici, un peu paradoxalement, cette question. Comprendre des nombres, c'est leur donner un sens et, suivant en cela Yuri Manin et la physique la plus contemporaine, la théorie des nombres en ce point entre en jeu, aujourd'hui, de façon étonnante. Les structures qu'elle manie ou suggère rencontrent les nombres que la physique cherche à prédire ou à comprendre. Ainsi les invariants topologiques explorés d'abord par le physicien E. Witten font-ils le pont entre théorie des cordes et géométrie arithmétique, en l'occurrence théorie de l'intersection sur les champs de modules de courbes. Encore une fois les grincheux pourraient s'insurger : et mère nature dans l'histoire ? Laisse faire le temps, la patience et ton roi, répond le physicien optimiste. De fait, la physique contemporaine a modifié la célèbre devise de Galilée : certes la nature est peut-être écrite dans la langue des mathématiques, mais aujourd'hui c'est souvent la "physique" qui fait appel aux mathématiques pour écrire une nature *possible*, qu'il n'est souvent, pour diverses raisons, plus possible (certains s'aventurent même jusqu'à suggérer qu'il n'est plus pertinent) de comparer avec la nature "réelle", telle qu'autrefois elle se donnait à voir. N'entrons pas dans ce débat délicat. Il est vrai que la physique emprunte aux mathématiques... et que parfois elle rembourse sa dette au décuple. Il y a bien alors de quoi s'enthousiasmer comme le fait Manin, surtout pour les mathématiciens. Ainsi les deux grands programmes de linéarisation, l'un de la nature, l'autre de la géométrie, font-ils leur jonction, autrement dit la mécanique quantique, sous des formes dérivées et contemporaines certes, rencontre le songe motivique d'Alexandre Grothendieck, un rêve qui date du milieu des années soixante et dont il lui est arrivé de dire que d'autres y penseraient encore un demi-siècle plus tard, ce qui s'est avéré exact.

Revenons cependant à l'appareil *mathématique* qui nous fournit des nombres. Le comprenons-nous, lui, autrement dit est-il justiciable d'honnêtes mathématiques, de celles que les mathématiciens écrivent et admirent sans mettre en doute la vérité de leurs conclusions même s'il arrive que certains logiciens fassent grise mine ? En un sens, non, et cette incompréhension même est mathématiquement productive. Les mathématiciens, chacune d'entre elles et chacun d'entre eux, sont souvent souterrainement attachés à un objet mathématique qui leur parle particulièrement, presque personnellement, pour une raison ou pour une autre. Cet attachement à un objet particulier (jamais considéré par les épistémologues) est particulièrement important. On le retrouve autant à la base un peu secrète de certaines grandes découvertes qu'un sentiment des plus obscurs peut avoir fait jaillir un poème avec sa métrique. Chez Yuri Manin, nul doute qu'un tel objet (sûrement pas unique) d'un certain désir, soit représenté ici par l'intégrale de chemin mise en évidence par Richard Feynman il y a déjà plus d'un demi-siècle. Deux versants, deux facettes à cet objet : une grandeur physique, l'action, et une question mathématique. À propos de la première, Manin insiste sur l'importance majeure d'une grandeur qui de prime abord peut sembler "abstraite" ou du moins dérivée. Les grands physiciens cependant ne s'y sont pas trompés. La célèbre constante de Planck $\hbar$ a bien la dimension d'une action et bien des conversations entre Einstein et Bohr ont porté, dès les premiers congrès Solvay, sur sa signification profonde et en particulier sur son invariance adiabatique. Quant à la ou les questions mathématiques que nous pose cette fameuse intégrale, il s'agit d'abord de sa définition même : si l'on ôte le petit i $(= \sqrt{-1})$, alors Norbert Wiener nous a génialement appris comment se tirer d'affaire ; ce sont les mathématiques de l'équation de la chaleur, du mouvement brownien et plus généralement des processus stochastiques. Mais avec le petit i de l'équation de Schrödinger, nous ne savons plus trop définir l'intégrale, moins encore énoncer les théorèmes de phase stationnaire en dimension infinie qui seraient nécessaires pour justifier les assertions si suggestives des physiciens. Notons simplement, pour terminer, le rapport de tout ceci avec un célèbre texte d'André Weil, cinq petites pages intitulées *De la métaphysique aux mathématiques* (1960), dans lesquelles il utilise d'ailleurs en partie une lettre bien antérieure (1940) à sa sœur Simone. Il y conte le processus historique du progrès en mathématique, ces brouillards qui à chaque époque recouvrent certains objets (aujourd'hui l'intégrale de chemin, entre bien d'autres), puis qui se dissipent lentement, ainsi dit-il à propos de Lagrange entrevoyant ce que sera le groupe de Galois, sans pouvoir l'atteindre. Et il ajoute que certains objets ont ainsi perdu de leur mystère et par là-même de leur intérêt, en premier lieu le calcul différentiel et intégral. Or en ce point on est tenté d'objecter violemment ! Non, le *calculus* n'a pas vraiment livré ses dernières ressources. Au contraire, il est tentant d'y trouver, sous des formes à l'évidence moins élémentaires que ce qui s'enseigne dans les premières années des études universitaires, un nœud d'intuitions qui demeure à la source de découvertes mathématiques étonnantes. En un sens ce "calcul" incarne une certaine forme de maîtrise de l'espace et du temps qui demeure à la base, non seulement de bien des recherches mathématiques, mais aussi de tout un pan de la civilisation industrielle et du capitalisme. Pour se borner au versant mathématique, je citerai simplement la version résumée par Grothendieck dès la première page des SGA (SGA 1, p. 1 ! Suivent environ 2500 pp.), qui doit tant à Leibniz, ainsi que l'introduction par le même de la cohomologie cristalline (pour des détails sur tout ceci et bien d'autres choses encore, je me permets de renvoyer à

Mathématiques et finitude, Kimé, 2015). Je citerai aussi... l'intégrale de chemin.

* * *

La troisième et dernière partie de ce volume est celle qui s'écarte le plus de la version américaine ; plus fournie, elle inclut des textes qui ne figurent pas dans cette dernière (III.3, 4, 8, 9, 10 & 12) et offrent, si l'on met III.3 de côté, un aperçu sur des facettes peut-être moins clairement scientifiques, plus personnelles et entre autres plus spécifiquement russes de la pensée de l'auteur. On notera que III.4, 8 & 10, ainsi que les poèmes rassemblés dans III.12 et magnifiquement traduits par Claire Vajou avec le concours actif de leur auteur, ne figurent pas dans l'édition russe (plus précisément la deuxième édition, qui date de 2010). Celle-ci contient en revanche un choix d'autres textes qui pour diverses raisons n'ont pas été retenus.

La première moitié de cette troisième partie (III.1 à III.4) tourne autour de ce qui est sans doute le plus fort et constant des centres d'intérêt extra mathématiques de l'auteur, à savoir la linguistique, plus précisément une forme de proto- archéo- ou psycho-linguistique. Ici encore, à tendre un tant soit peu l'oreille, on perçoit de subtils mais indubitables échos du reste du volume. N'est-il pas après tout de nouveau question d'un "tournant linguistique" ? Simplement celui-ci ne date pas d'un siècle et demi, ni même de vingt cinq siècles ; il s'étend plutôt sur une durée quasi astronomique de quelques deux cents siècles voire dix fois plus, entre mille et dix mille générations. Nous peinons à en cerner jusqu'aux plus vagues contours, presque imperceptibles au travers de "la fumée des siècles" (Pouchkine) et cependant l'auteur s'aventure à nous faire – hypothétiquement – assister à la très lente phylogénèse du pouvoir de la parole chez les humains, très lente prise de pouvoir de cette partie du cerveau (l'hémisphère gauche, pour simplifier) que précisément Yuri Manin nomme, après d'autres, *dominant*.

Il est à noter que la question n'est *pas* ici celle d'une "protolangue universelle", objet de tous les fantasmes d'une forme de protolinguistique souvent contestée sinon décriée, sans doute contestable. Cette dernière vise à rien moins que la restitution d'une langue originelle, adamique, quelques millénaires en deçà des reconstructions admises pour des groupes de langues géographiquement situées, en particulier le proto-indo-européen. Sur cette protolangue on ne trouve guère, semble-t-il, d'accord entre les linguistes, les rapprochements entre langues indo-européennes et langues sémitiques étant déjà souvent considérés comme hasardeux. Les questions examinées dans ce livre, après d'autres auteurs, en particulier le célèbre anthropologue Paul Radin, sont d'un tout autre ordre ; elles concernent des périodes beaucoup plus longues et plus anciennes et se situent à la frontière entre linguistique, anthropologie et pourquoi pas philosophie, histoire, sociologie, ou encore psychologie (d'où le terme de psycholinguistique). Elles sont plus indisciplinées qu'interdisciplinaires. Comment s'est constituée ce que nous nommons conscience de soi ? Comment a pu évoluer l'équilibre entre "cerveau gauche" et "cerveau droit", ces deux expressions n'étant certes pas à prendre au pied d'une lettre physiologique ? Il est caractéristique et amusant que ces deux faces de nous-mêmes soient ici, en accord avec de nombreux auteurs, qualifiées respectivement de "dominante" et "subdominante" quand d'autres auteurs emploient des qualificatifs tout différents, parfois avec des connotations presque inverses.

Au foyer de cette lente "prise de pouvoir du cerveau gauche" on trouve le *trickster* (cf. III.1) aux multiples et chatoyants déguisements, distribué dans toute une suite carnavalesque de personnages qui hantent les lieux de pouvoir, de divination ou de dévotion, autant que plus tard les littératures de pratiquement toutes les civilisations. On le retrouve sous des noms, des habits, des oripeaux étonnamment divers, engagé aussi dans des couples aussi peu comparables *a priori* que celui du clown blanc et du clown rouge l'est de celui constitué par Moïse et son frère Aaron, ou encore celui du chef de tribu et du chamane. Outre l'intérêt intrinsèque et le caractère proprement comique, au sens quasi antique du terme, de ce personnage introduit par Paul Radin dans un livre auquel, et ce n'est pas un hasard, Carl Jung a collaboré, Yuri Manin y voit celui qui a fait, au fil de nombreux millénaires, basculer la fonction de la parole, accompagnant sa métamorphose en un véritable langage (cf. III.2). Il est ici inutile de commenter plus avant ces idées étonnantes, que d'aucuns jugeront non scientifiques (car difficilement "falsifiables" !) mais qui n'en sont pas moins extrêmement suggestives. Les beaux textes III.1 à III.4 parlent d'eux-mêmes.

J'ajouterai cependant deux observations en marge, une marge trop étroite pour leur accorder la place qu'elles méritent – ou ne méritent pas. Ci-dessus je me suis permis d'émettre des réserves au sujet du texte célèbre de Pascal sur l'esprit de géométrie et l'esprit de finesse. Mais au fond, plutôt que de se référer à la prétendue césure entre "les deux cultures", peut-être serait-il préférable de lire celui-ci dans les termes du délicat équilibre entre les deux faces de nous-mêmes dont une bonne partie de ce volume s'enquiert. Peut-être, en un mot, vaut-il mieux y voir un plaidoyer pour l'"hémisphère subdominant", avec toute la complexité que Yuri Manin et d'autres auteurs attestent avec les détails, les nuances et les doutes ici requis. On fera attention que la césure entre "les deux cultures" n'est à l'évidence sociologiquement que trop bien attestée. On prendra garde aussi que pour Pascal "géométrie" est pratiquement synonyme de "mathématiques", tout comme, trois siècles et demi plus tard, Henri Poincaré écrira "illustre géomètre" pour "célèbre mathématicien". Les péripéties de l'équilibre intramathématique entre figures et discours (voire aussi figures du discours) sont nombreuses et complexes depuis les *Éléments* d'Euclide ou même avant. Yuri Manin en touche d'ailleurs un mot ici même (e.g. dans III.3). Cela dit et pour rendre hommage à Pascal, ce qui précède se réfère à un ordre différent. De manière plus hasardée encore, on peut noter que Pascal use volontiers d'oppositions binaires qui confèrent à son style une marque très reconnaissable. Est-ce à dire qu'aujourd'hui certains "grands récits" se sont usés, en tout premier lieu le récit hégelien de la *Phénoménologie de l'esprit* ? Autrement dit nous entrerions dans un temps moins dialectique, moins porté sur les médiations que sur des oppositions non dialectisables. Encore une fois, il importe extrêmement de lire cette suggestion aventurée dans son ordre, en songeant que rien n'oblige pour autant à revenir à un dualisme gnostique volontiers attribué à Plutarque, combattu par Plotin, abjuré par Saint Augustin. Rien n'y oblige, du moins pas comme le spectacle de l'actualité pourrait le suggérer.

Je terminerai ce paragraphe avec une dernière remarque qui elle aussi prolonge et confirme certaines des impresssions consignées plus haut, à savoir qu'ici le terme de *dominant*, appliqué au "cerveau gauche", à l'hémisphère du langage entendu en particulier comme véhicule des idées et des concepts, ce terme est pleinement justifié. Nous sommes, *hic et nunc*, à une échelle temporelle qui tient du clin d'œil à l'aune des éons que ces textes embrassent, plongés dans un moment qui est – encore – "linguistique". De *logos* et d'*eikôn*, c'est encore, malgré certaines apparences assez superficielles, le premier qui domine. Pour combien de temps se demande l'auteur et nous avec lui ? De fait et dans une sorte de mise en abyme, l'*image* intervient assez peu dans ce volume, mais elle n'est pas oubliée, revenant au détour d'un texte, ainsi en III.3 où les mathématiques sont interrogées à nouveau. Les deux pôles, "gauche" et “droit”, “dominant” et “subdominant”, admettent aussi, dans un contexte plus philosophique, diverses dénominations, dont certaines peuvent paraître surprenantes (voir aussi p. 358) : langage et imagination, algèbre et topologie, discret et continu, en sont quelques exemples (le dernier couple d’antonymes est longuement interrogé dans *Mathématiques et finitude*, cité plus haut). Et Yuri Manin de noter qu’à l’intérieur des mathématiques elles-mêmes, et jusque dans leurs fondements, le “cerveau droit” est peut-être en train de “reprendre le pouvoir” (p. 407). L’avait-il au fond jamais perdu ? Le tournant linguistique au sens du temps court, un petit siècle et demi, n’aurait-il représenté qu’un accident historique aussi peu destiné à perdurer que les féroces crises iconoclastes qui ont jalonné nos rapports à une transcendance révélée ou non ? Laissons à l’avenir, proche ou plus lointain, le soin d’en décider.

* * *

La matière même de la fin du volume (textes III.6 à III.12) nous suggère, nous invite, pour ne pas dire nous oblige à nous montrer moins délibérés et cohérents. À quoi bon ? La nature humaine ne l’est assurément pas et l’auteur nous entraîne peu à peu vers des contrées plus ombreuses. Voici pourtant que certains *Leitmotive* reparaissent au détour de la page. Passons sur III.11, texte “sage” comme son titre l’indique, en principe facilement compréhensible et convaincant, du moins pour l’auteur de ces lignes. Dans la recension III.7 du livre de Clara Park, on entend par moment à nouveau le thème des deux hémisphères. Ici je me contenterai de noter qu’à la date à laquelle cet essai a été écrit, en 1987, l’autisme (ou le spectre autistique) était peu exploré, mal connu et souvent mal considéré. Ces quelques pages de l’auteur sont donc en un sens aussi remarquables que le livre qu’elles résument et commentent avec une admiration et une sympathie manifestes – et manifestement méritées. L’archétype de la ville morte, lui, qui fait tout le sujet du texte III.6, est longuement commenté dans la préface de F. Dyson et je n’y reviens donc pas. Insistons seulement sur ce qu’il est bien question d’un archétype au sens jungien du terme. Car les idées de Carl Jung déploient effectivement leur aile et leur influence sur ces textes. Simplifiant à l’extrême on pourrait dire qu’entre l’inconscient individuel freudien, avec sa topique résumée par la triade “ça-moi-surmoi”, qu’il juge trop rigide, et l’inconscient collectif jungien, Yuri Manin a tranché en faveur de Jung. Il est d’ailleurs amusant de songer que le thème omniprésent des deux hémisphères n'est pas sans rappeler la dichotomie pseudo-sinisante du yin et du yang (subdominant *vs* dominant), laquelle dichotomie Alexandre Grothendieck affectionne au point d'y avoir consacré des centaines de pages. Yuri Manin voue à celui-ci une admiration quelque peu stupéfaite (quel mathématicien objecterait ?) ; or, pour ce dernier, Jung figure avant tout le paradigme du traître, celui qui a trahi son maître comme d'autres l'ont, à en croire Grothendieck, trahi lui-même. Décidément, rien n'est simple, même si ce n'est pas ici le lieu de développer ces facettes de l'histoire ! Ce qui est sûr par contre, c'est que le thème de l'inconscient collectif plutôt qu'individuel, qui est aussi celui de la philogénèse plutôt que l'ontogenèse, revient non sans profondeur et subtilité en III.9, à propos des travaux de Claude Lévi-Strauss. Je laisserai au lecteur le plaisir de méditer sur ce texte où l'on rencontre aussi le thème du contraste entre opposition et médiation (cf. le haut de la p. 483 ainsi que le premier paragraphe de la p. 485) dont il a été rapidement question ci-dessus. Rencontre étonnante et significative si l'on y songe. En un sens les mathématiques ne connaissent pas la "flèche du temps", elles sont toujours "réversibles", ce qui d'ailleurs occasionne bien des difficultés en physique théorique. Même sous la forme extrêmement élémentaire sous laquelle elles sont mises en jeu dans le "structuralisme", ceci mène, comme le remarque l'auteur (haut de la p. 485), à un système de transformations dont la signification est profondément synchronique, le sens du mouvement étant indifférent, de sorte que l'idée (hégelienne ?) de médiation, de sursomption des oppositions, fait long feu, et que l'on revient *volens nolens* à un échiquier d'oppositions non dialectisables. Laissons au lecteur le plaisir du texte, et celui de pousser plus loin si cela lui chante. Quant à nous, esquissant à nouveau un pas en arrière plutôt qu'en avant, remarquons simplement que dans le texte III.8 l'auteur nous invite avec un sourire à partager un moment moscovite quelque peu surréaliste, de ceux que la perestroïka avait multipliés. Acceptons cette invitation et rendons-lui son sourire...

Le *Carnaval* (III.10) et le choix de poèmes (III.12) sont en un sens les textes les plus intimes. Oh, ce n'est pas que, profondément, tout au long de ce *Carnaval*, il ne soit pas question du fameux *trickster*, encore que le mot ne figure pas dans le texte ! Au vrai, on ne voit que lui – ou presque. Sauf que lorsque les bouffons et les fous, entre deux glacis, le temps de quelques étincelles désordonnées, se saisissent du pouvoir, pour peu que l'on tâche d'aller à la rencontre de tous ceux qui errent sur des chemins de traverse, il serait injuste de les couler immédiatement dans le moule de l'Université. Non qu'ils perdent rien pour attendre. N'ayons crainte ; des articles savants, érudits, admirablement documentés, leur seront un jour consacrés, l'ont été déjà très largement. Ces quelques pages n'en sont pas. Elles choisissent d'accompagner certains de ces errants, ceux de Dada, ceux du Futurisme, les tenants du Zaoum balbutiant leur dyr-bul-schyl, les futurs condamnés d'Oberiou, pourquoi pas également le fol-en-Christ vêtu des hardes russes du *yurodivyï* ou encore le talmudiste errant, ceux qui croyaient au Ciel et ceux qui n'y croyaient pas, tous les colporteurs, tous les damnés de la parole faisant cause commune avec les damnés de la terre. L'absurde, *ab-surdus*, littéralement l'inouï – que diable, nous ne sommes pas sourds, messieurs ! – le désaccordé bat son plein dans un certain cabaret enfumé de Zürich que fréquente aussi – il habite à deux pas – un Vladimir Illitch, lequel tantôt expédiera les récalcitrants aux Solovki et ailleurs. Alors, fini de jouer ! Endgame ! Pour l'heure, Sergeï Alexandrovitch ne s'est pas passé la corde au cou, ni Vassili Vassilievitch tiré une balle dans le cœur. Laissons les mots de la Révolution jaillir un instant, un instant seulement, dans leur jouissive liberté, pire, se faire avalanche dans une rare et précieuse anarchie – subdominante ou moins encore.

À quoi bon commenter les poèmes rassemblés en III.12 ? Sinon afin de préciser qu'ils sont extraits de la collection qui figure dans l'édition originale et sont ici traduits du russe pour la première fois ; sinon pour ajouter que leur auteur aime à pratiquer l'art du centon et de l'allusion, un art qui comme de juste suppose commentaire, ici généreusement offert par la traductrice, après l'auteur lui-même ; sinon encore pour noter que la nostalgie s'y montre discrète, jamais envahissante. Foin cependant de ces lourdes prétéritions ; autant vaudra, en guise de clôture, une citation :

> L'étoile en sa galaxie, le corbeau sur la branche
> Ignorent les affres du dilemme shakespearien
> Mais nous – sommes le style tardif de l'Univers qui se fait vieux.
> Il chante à travers nous son angoisse.