L'ouvrage s'adresse aux étudiants du master de mathématiques et au-delà, ainsi qu'à tous ceux qui souhaitent s'initier à la géométrie de Riemann en vue de l'étude ultérieure de textes plus avancés, soit vers des développements mathématiques récents, soit vers l'utilisation en physique (relativité générale notamment). Les prérequis se limitent à une bonne familiarité avec le calcul différentiel, à quelques notions de topologie générale et aux premiers théorèmes généraux sur les équations différentielles.

La géométrie riemannienne est avant tout l'œuvre de Carl Friedrich Gauss et de Bernhard Riemann, chacun de ces deux grands mathématiciens ajoutant une pierre fondatrice nouvelle au magnifique édifice. Ce chapitre mathématique est aussi la porte d'entrée vers toutes les théories qui tentent d'expliquer la géométrie et les lois de l'univers. L'auteur du présent livre, mathématicien, est aussi astronome amateur, enclin à s'intéresser aux questions qui intriguent et fascinent en la matière ses collègues et ses étudiants, entre autres l'expansion de l'univers et le big bang.

François Rouvière nous invite ici à un vrai voyage, que l'on accomplira avec lui sans quitter notre propre chambre. Il nous apprend à marcher tout droit sur une surface, à bien regarder sous nos pieds, il nous montre comment éviter de tomber dans le golfe de Gênes, comment nous diriger malgré les inexactitudes de nos cartes (sans pour autant, bien sûr, brûler tous nos atlas), comment nous instruire dans le transport parallèle. Il nous explique à l'occasion quelques lois de l'optique, dont le secret des mirages.

Partant du cas intuitif et instructif des surfaces, dont l'étude occupe la première moitié du livre, et où l'on découvre les nombreux avatars de la courbure, le remarquable « Theorema Egregium » et la formule de Gauss-Bonnet, l'auteur nous fait entrer ensuite dans la dimension supérieure, nous apprend ce qu'est une variété, le flot d'un champ de vecteurs et nous prépare progressivement à accueillir sans peine la « miraculeuse » connexion riemannienne et, à partir de là, les géodésiques puis, dans leur sillage, l'application exponentielle en géométrie riemannienne et, en particulier, dans les groupes de Lie. La courbure apparaît enfin dans ce cadre élargi, et de deux manières, sous la forme du tenseur de Riemann.

Les exemples concrets sont les supports de la pensée et les espaces à courbure constante, qui possèdent beaucoup d'isométries, nous en offrent, aux côtés des espaces euclidiens, deux exemples encore plus beaux, en l'occurrence les espaces hyperboliques et ceux de la géométrie sphérique. Avec les pionniers János Bolyai et Nikolaï Lobachevsky, avec Eugenio Beltrami, Felix Klein et sa boule, Henri Poincaré et sa propre boule à lui, Einstein et sa relativité générale, nous aurons comme compagnons de voyage une jet set très particulière.

Plus d'une cinquantaine d'exercices consistants, à la solution détaillée, sont là pour aller plus loin et soutenir notre compréhension par des exemples fondamentaux et variés.

François Rouvière est professeur honoraire à l'université de Nice-Sophia Antipolis.

Collection.– Mathématiques en devenir

Calvage & Mounet
www.calvage-et-mounet.fr

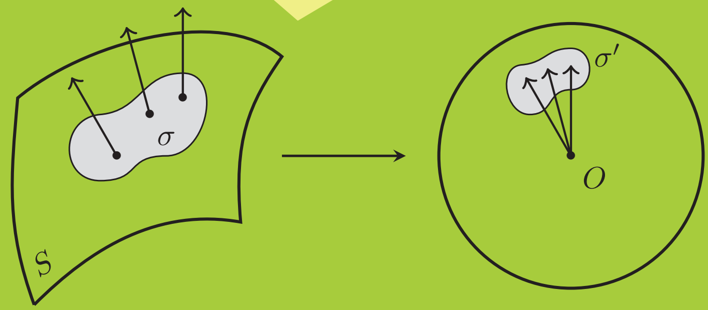
C&M

ISBN 978-2-91-635249-7

Prix : 37 €

Géométrie de Riemann

François Rouvière



François Rouvière

Initiation à la géométrie de Riemann

Calvage & Mounet